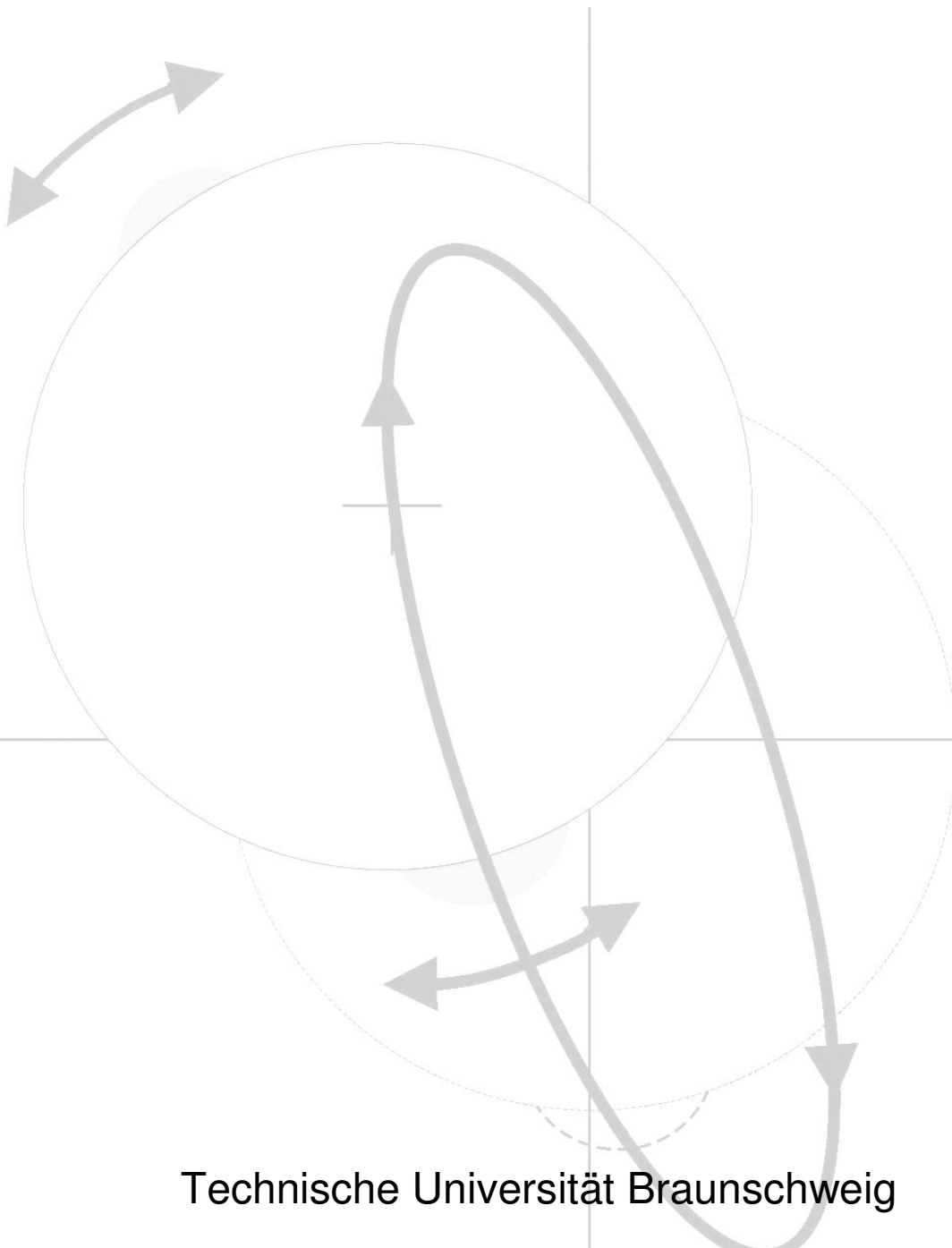


# **Modellierung Regen-Wind-induzierter Schwingungen**

Niklas Nahrath



Technische Universität Braunschweig



# **MODELLIERUNG REGEN-WIND-INDUZIERTER SCHWINGUNGEN**

vom  
Fachbereich Bauingenieurwesen  
der  
Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig  
zur Erlangung der Grades eines Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.) genehmigte

## **Dissertation**

von  
**Niklas Nahrath**  
aus Lippstadt

Eingereicht am: 15. Januar 2003

Mündliche Prüfung: 28. August 2003

Berichter: Prof. Dr.-Ing. Udo Peil  
Prof. Dr.-Ing. Hans-Jürgen Niemann  
Prof. Dr.-Ing. Dieter Dinkler

Braunschweig 2004

## **GLIEDERUNG**

1.	EINLEITUNG .....	3
2.	THEORETISCHE GRUNDLAGEN .....	7
2.1.	Dynamik von Abspannseilen .....	7
2.1.1.	Bewegungsgleichungen für das Schrägseil .....	7
2.1.2.	Ebenes Ersatzsystem .....	9
2.1.3.	Unabhängiger Seilparameter .....	11
2.2.	Analyse nichtlinearer dynamischer Systeme .....	12
2.2.1.	Überblick Stabilitätsanalyse und Verzweigungstheorie .....	12
2.2.2.	Parameterstudien mittels Pfadverfolgung .....	12
2.2.3.	Stabilitäts- und Verzweigungstheorie .....	14
2.2.3.1.	Transformation in den Phasenraum .....	14
2.2.3.2.	Stationäre Lösungen .....	15
2.2.3.3.	Stabilität stationärer Lösungen .....	15
2.2.3.4.	Verzweigungen stationärer Lösungen .....	18
2.2.3.5.	Periodische Lösungen .....	19
2.2.3.6.	Stabilität periodischer Lösungen .....	21
2.2.3.7.	Verzweigungen periodischer Lösungen .....	22
2.3.	Winderregte Schwingungen von Einzelseilen .....	24
2.3.1.	Überblick über winderregte Seilschwingungen .....	24
2.3.2.	Störinduzierte Schwingungen .....	26
2.3.2.1.	Fremderregung .....	26
2.3.2.2.	Wirbelerregung .....	26
2.3.2.3.	Parametererregung .....	27
2.3.3.	Selbsterregte Schwingungen .....	27
2.3.3.1.	Drag crisis .....	27
2.3.3.2.	Spiralseilflattern .....	29
2.3.3.3.	Galloping / Den-Hartog-Instabilität .....	29
2.3.3.4.	Torsionsinstabilitäten und Divergenz .....	31
2.3.3.5.	Gekoppelte aero-elastische Instabilitäten .....	31
2.3.4.	Regen-Wind induzierte Schwingungen .....	33
2.3.5.	Zusammenfassung Anregungsmechanismen bei Seilen .....	33
3.	REGEN-WIND-INDUZIERTES SCHWINGUNGEN .....	35
3.1.	Einführung .....	35
3.2.	Phänomenologie .....	36
3.2.1.	Merkmale Regen-Wind-induzierter Schwingungen .....	36
3.2.2.	Grundlegender Mechanismus .....	37
3.2.3.	Schwingungstypen .....	39
3.2.4.	Betrachtungen zum Regenwasserrinnsal .....	40
3.3.	Stand der Forschung .....	42
3.3.1.	Bisherige Untersuchungen .....	42
3.3.2.	Bedingungen und Einflussfaktoren .....	46
3.3.2.1.	Regen und Rinnsal .....	46
3.3.2.2.	Windbedingungen .....	47
3.3.2.3.	Seileigenschaften .....	49
3.3.3.	Mögliche Anregungsmechanismen .....	51

3.3.3.1.	Schwingungen in Anströmrichtung mit zwei Rinnsalen.....	52
3.3.3.2.	Schwingungen quer zur Anströmrichtung mit einem Rinnsal .....	52
3.3.3.3.	Schwingungen quer zur Anströmung mit 2 Rinnsalen.....	54
3.3.4.	Vorhandene Modelle .....	55
3.3.5.	Gegenmaßnahmen .....	58
3.4.	Zusammenfassung zu Regen-Wind-induzierten Schwingungen.....	60
4.	ANALYTISCHES MODELL .....	61
4.1.	Annahmen .....	61
4.2.	Modell und Bewegungsgleichungen .....	63
5.	WINDKANALVERSUCHE.....	72
6.	ERGEBNISSE.....	77
6.1.	Beispielrechnung .....	77
6.1.1.	Parameterwerte .....	77
6.1.2.	Stationäre Lösungen .....	79
6.1.3.	Stabilität der stationären Lösungen .....	80
6.1.4.	Periodische Lösungen .....	83
6.1.5.	Stabilitätskarte .....	86
6.2.	Validierung des Modells .....	87
6.2.1.	Vergleich mit Windkanalversuchen .....	87
6.2.2.	Vergleich mit Beobachtungen an der Erasmusbrücke .....	89
6.2.3.	Zusammenfassung Validierung.....	90
6.3.	Parameteruntersuchungen .....	91
6.3.1.	Variation der Seil- und Rinnsalparameter.....	91
6.3.2.	Variation der Windrichtung .....	94
6.3.3.	Vereinfachte Modelle mit nur einem Rinnsal .....	95
6.3.3.1.	Modelle mit zwei und drei Freiheitsgraden.....	95
6.3.3.2.	Stabilitätsverhalten .....	96
6.3.4.	Einfluss der aerodynamischen Kraftbeiwerte .....	97
6.4.	Klärung des Anregungsmechanismus .....	98
6.4.1.	Stationäre Lösung.....	99
6.4.2.	Instabilitäten und aerodynamische Beiwerte.....	100
6.4.3.	Schwingungsmechanismus.....	102
7.	ZUSAMMENFASSUNG UND DISKUSSION .....	106
8.	LITERATUR.....	110

## 1 EINLEITUNG

In den letzten Jahrzehnten ist weltweit immer wieder von starken, niederfrequenten Schwingungen von Kabeln an Schrägseilbrücken oder anderen Seilstrukturen bei regnerischen Wetter berichtet worden. Die meist quer zur Windanströmrichtung auftretenden Schwingungen werden dabei nur dann beobachtet, wenn gleichzeitig Wind und Regen auf die Seilstrukturen einwirken. Das neuartige Phänomen, das an schwach gedämpften Bauteilen mit kreisförmigen Querschnitt wie z. B. Schrägseilbrückenkabel auftritt, wird allgemein als Regen-Wind-induzierte Schwingungen bezeichnet. Durch Regen und Wind verursachte Seilinstabilitäten sind dabei nicht auf Kabel von Schrägseilbrücken beschränkt. Auch geneigte Hänger von Bogen- oder Hängebrücken und Abspannseile verschiedenster Konstruktionen sind von der aeroelastischen Instabilität betroffen.

Regen-Wind-induzierte Schrägseilschwingungen treten bei relativ kleinen Windgeschwindigkeiten mit Schwingungsamplituden auf, wie sie sonst nur bei unsymmetrischen Profilen durch selbsterregte Instabilitäten bei sehr viel höheren Windgeschwindigkeiten zu beobachten sind. Im Gegensatz zu bisher bekannten selbsterregten Schwingungsformen tritt diese aeroelastische Instabilität infolge Wind und Regen in einem begrenzten Windgeschwindigkeitsbereich auf.

Obwohl schon früh von starken Seilschwingungen an Schrägseilbrücken bei regnerischem Wetter berichtet wurde - z.B. an der Köhlbrandbrücke in Hamburg oder der Brotonne Brücke in Frankreich (Ruscheweyh & Hirsch, 1974; Wianecki, 1979) - , sind die Schwingungen nie mit einem neuen Schwingungsmechanismus infolge Wind und Regen in Verbindung gebracht worden. Erst Mitte der 1980er Jahre hat Hikami den Zusammenhang zwischen Regen, Wind und Seilschwingungen erkannt und näher untersucht (Hikami, 1986). Hikami hat das Phänomen in Feldbeobachtungen an der Meikonishi-Brücke in Japan und anschließenden Wind-kanaluntersuchungen erforscht und charakteristische Merkmale Regen-Wind-induzierter Schwingungen entdeckt. Bei Regen-Wind-induzierten Schwingungen verursachen axiale Regenwasserrinnsale, die sich auf der Oberfläche des betroffenen Schrägseils oder Kreiszylinders aufgrund der Oberflächenspannung des Regenabflusswassers formen, eine aeroelastische Instabilität des Seiles. Die Umströmung wird durch die Rinnsale, die sich infolge Wind- und Massenträgheitskräften auf der Seiloberfläche hin und her bewegen, derart verändert, dass das Seil zu starken, niederfrequenten Schwingungen meist quer zum Wind angefacht wird. Neben einem unteren Regenwasserinnal, das sich auf der Unterseite infolge der Schwerkraft bildet, formt sich außerdem ein Rinnsal auf der Oberseite des Querschnitts. Dieses obere Rinnsal spielt eine entscheidende Rolle bei der Schwingungsanregung.

Regen-Wind-induzierte Schwingungen von Seilen sind ein bedeutendes Problem mit Auswirkungen auf Gebrauchstauglichkeit und Lebensdauer der betroffenen Bauwerke. Die Erasmus-Brücke in Rotterdam musste z.B. schon kurz nach ihrer Fertigstellung und Eröffnung aufgrund starker Seil- und Brückenträgerschwingungen, die durch das gleichzeitige Einwirken von Regen und Wind bedingt waren, geschlossen werden (Geurts & van Staalduinen, 1999). In einem anderen Fall von Rissen wurde an den Hängern der Stabbogenbrücke Dömitz im Anschlussbereich infolge Regen-Wind-induzierter Schwingungen berichtet (Ruscheweyh et al., 1996). Die Vibrationen verursachen neben sicherheitsrelevanten Problemen auch erhebliche Kostenimplikationen. So erhöhen sie die Kosten drastisch wegen des Bedarfs an zusätzlichen Inspektionen, Unterhaltung und Reparaturen. In den USA werden die Kosten für Nachrüstung und Reparatur bestehender Schrägseilbrücken infolge Regen-Wind-induzierter Schwingungen auf 2 – 10 % der ursprünglichen Baukosten geschätzt (Poston, 1998).

Die genauen Anregungsmechanismen dieser komplexen Interaktion von Seil, Wind und Regen sind momentan noch nicht vollständig geklärt. Das derzeitige Verständnis von der Natur der Schwingungen basiert hauptsächlich auf einer Anzahl von Windkanalversuchen mit künstlichen Regensimulation (z.B. Matsumoto, 2000; et al.). Verglichen mit der Anzahl von Windkanalversuchen sind Feldmessungen und theoretische Studien zu dem Thema sehr limitiert. Die bisherigen Forschungsaktivitäten haben vor allem zu einem besseren Verständnis der Komplexität der Phänomene und zur Beschreibung der verschiedenen Einflussparameter geführt. Es existiert bisher jedoch kein theoretisches Modell, das die auftretenden Phänomene erschöpfend klären kann. Es wurden einige Modelle vorgeschlagen (Yamaguchi, 1990; Ruscheweyh 1999, et al.), ein Modell zur Beschreibung des Rinnsalverhaltens fehlt. Die Entstehung und Bedeutung des beobachteten oberen Regenwasserrinnsals und seiner Bewegungen wurde bisher nur phänomenologisch beschrieben.

Für die Entwicklung von effizienten Gegenmaßnahmen zur Stabilisierung betroffener Seile ist die präzise Klärung des Anregungsmechanismus dieser Regen-Wind-induzierten Schwingungen notwendig. Zur Vermeidung und für die Simulation der Schwingungen zur Lebensdauer vorhersage bzw. für die Erstellung von Betriebsfestigkeitsnachweisen ist ein analytisches Modell wünschenswert, das die Vibrationen vorhersagen und beschreiben kann.

In dieser Arbeit wird ein mathematisches Modell zur Klärung des Anregungsmechanismus und zur Simulation Regen-Wind-induzierter Schwingungen vorgestellt. Das neu entwickelte Modell beschreibt die Regen-Wind-induzierten Schwingungen von Seilen als bewegungs-induzierte Schwingungsform und erfasst die komplexe Wechselwirkung zwischen Seil, Wind

und Regen. Das Modell ist in der Lage die beobachteten Eigenschaften und Abhängigkeiten der Schwingungen, wie sie an betroffenen Bauwerken und in Windkanalversuchen beobachtet wurden, wiederzugeben.

Die Arbeit ist in sieben Kapitel unterteilt. Im Kapitel 2 dieser Arbeit werden die theoretischen Grundlagen vermittelt, die für die Entwicklung des Modells notwendig sind. Das Kapitel 2.1 konzentriert sich auf das dynamische Verhalten von Schrägseilen und dessen analytische Formulierung. Dabei wird sich auf Seile beschränkt, die zwischen zwei festen Auflagern gespannt sind. Die ebenen Bewegungsgleichungen für ein hochvorgespanntes Schrägseil wird unter Berücksichtigung der geometrischen Nichtlinearitäten und relevanten Kopplungsterme hergeleitet. In Kapitel 2.2 wird das Vorgehen bei der Analyse von nichtlinearen dynamischen Systemen mittels Stabilitäts- und Verzweigungstheorie gezeigt und es werden die verwendeten Verfahren zur numerischen Untersuchung des Modells vorgestellt. Ein Überblick über die bisher bekannten Formen von wind-induzierten Schwingungen an Einzelseilen ist in Kapitel 2.3 gegeben, um später den Anregungsmechanismus identifizieren zu können.

Kapitel 3 beschäftigt sich mit dem eigentlichen Thema der Arbeit, den Regen-Wind-induzierten Schwingungen. Es wird ein Überblick über die Phänomene Regen-Wind-induzierter Schwingungen gegeben sowie die Voraussetzungen, Bedingungen, sich ergebende Schwingungsformen und die Einflussfaktoren, wie sie in Felduntersuchungen und Windkanalversuchen beobachtet wurden, vorgestellt. Zum derzeitigen Stand der Forschung zu dem Thema werden bisherige Untersuchungen zu dem Thema und vorhandene Modelle zur Beschreibung der Schwingungen vorgestellt und mögliche Anregungsmechanismen diskutiert. Außerdem werden die Gegenmaßnahmen zur Stabilisierung bzw. Unterdrückung der Schwingungen besprochen.

Das hier entwickelte analytische Modell wird in Kapitel 4 vorgestellt. Die getroffenen Annahmen wie auch das mechanische Modell werden präsentiert und die zugehörigen Bewegungsgleichungen hergeleitet. Die im Lastmodell benötigten aerodynamischen Kraftbeiwerte sind durch Windkanalversuche bestimmt worden. Die Versuche und Ergebnisse der Windkanaluntersuchungen sind in Kapitel 5 beschrieben.

In Kapitel 6 wird auf Grundlage der Verzweigungstheorie das Stabilitätsverhalten des Modells untersucht. Die Ergebnisse einer Beispielrechnung sind dargestellt. Durch den Vergleich der Ergebnisse von Simulation mit denen aus Windkanalversuchen und Feldbeobachtungen wird das Modell validiert und anschließend auf Sensitivität gegenüber einzelner Parameter hin untersucht. Ein Vergleich der Ergebnisse zu reduzierten Modellen mit nur einem Rinnsal sowie Resultaten unter Verwendung anderer aerodynamischen Beiwerten



sind dann anschließend gegeben. Der Anregungsmechanismus, der sich aus diesem Modell ergibt, wird erörtert. Abschließend werden die Ergebnisse der Arbeit in Kapitel 7 zusammengefasst und diskutiert.

## **2 THEORETISCHE GRUNDLAGEN**

In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen, die zur Entwicklung, Beschreibung und Analyse des hier vorgestellten Modells zur Simulierung Regen-Wind-induzierter Schwingungen notwendig sind, vermittelt. Dazu wird unter Punkt 2.1 das dynamische Verhalten von Schrägseilen untersucht. Im weiteren werden die Grundlagen der Stabilitäts- und Verzweigungsanalyse von dynamischen Systemen beschrieben. In Abschnitt 2.3 sind die bei Einzelseilen auftretenden wind-induzierten Schwingungsformen dargestellt.

### **2.1 DYNAMIK VON ABSPANNSEILEN**

Die Beschreibung von Regen-Wind-induzierten Schwingungen setzt die Kenntnis des dynamischen Verhaltens der Schrägseile voraus. In diesem Kapitel werden die Bewegungsgleichungen des zwischen zwei festen Auflagern gespannten Seiles vorgestellt. Sowohl die Gleichungen nach der vollständigen nichtlinearen Seilschwingungstheorie als auch vereinfachte Näherungsformeln für die Seilschwingungen werden angegeben. Da es in dieser Arbeit vorrangig um die Identifizierung des Anregungsmechanismus der aeroelastischen Instabilität infolge Regen und Wind geht, wird vereinfachend das Schwingungsverhalten eines zwischen zwei festen Auflagern gespannten Einzelseils betrachtet. Im Rahmen dieser Arbeit wird davon ausgegangen, dass das Seil nur durch aerodynamische Kräfte angeregt wird. Die realitätsnähere Erfassung der Dynamik des Seiles im Gesamtsystem Brücke wird nicht gemacht. Parameterschwingungen der Seile infolge Randpunkterregung durch Fahrbahn- oder Pylonbewegungen werden also ausgeklammert. Die in dem Modell verwendeten vereinfachten Bewegungsgleichungen für das Seil gelten für hoch vorgespannte Abspannseile, wie sie an Schrägseilbrücken zu Einsatz kommen.

#### **2.1.1 Bewegungsgleichungen für das Schrägseil**

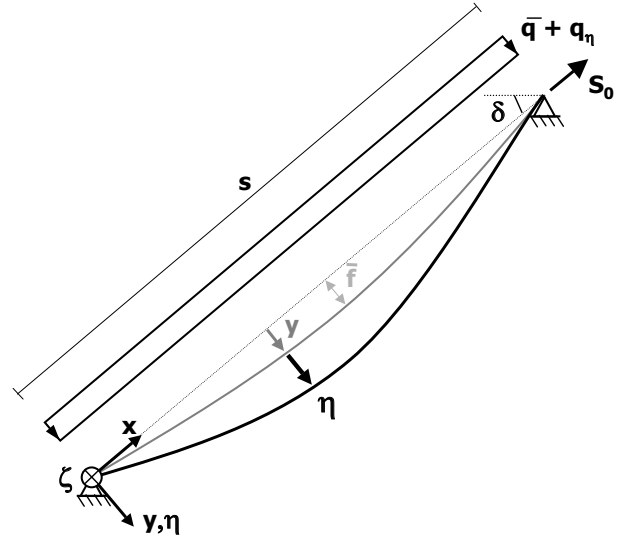
Die Beschreibungsvariablen des betrachteten Schrägseiles sind in Bild 2.1 definiert. Das mit einem Winkel  $\delta$  zur horizontalen Ebene geneigte Seil ist mit einer Kraft  $S_0$  vorgespannt und wird durch die Gewichtskraft  $q$  sowie die dynamischen Einwirkungen  $q_\eta$  und  $q_\zeta$  belastet. Infolge seines Eigengewichtes ist das Abspannseil mit einem Durchhang  $\bar{f}$  behaftet. Bei flach gespannten Seilen mit geringem Durchhang wie die an Schrägseilbrücken kann man diese Durchhangslinie  $y(x)$  mit einer Parabel abschätzen (Irvine, 1981). Um diese statische Gleichgewichtslinie schwingt das Seil. Die Schwingungsamplituden in vertikaler und horizontaler Richtung werden durch die Funktionen  $\eta(x)$  und  $\zeta(x)$  beschrieben.

Mit der Annahme von Kirchhoff, dass die Längsschwingungen bei Seilen mit kleinem Durchhang vernachlässigt werden können, folgt, dass die Seilkraft  $S$  konstant über der Länge und nur abhängig von der Zeit ist (Tonis, 1989). Die räumlichen Bewegungsgleichungen für ein Schrägseil lauten dann

$$\begin{aligned} m\ddot{\eta} + d\dot{\eta} - S_0\eta'' - S(t)(y'' + \eta'') &= q_\eta \\ m\ddot{\zeta} + d\dot{\zeta} - S_0\zeta'' - S(t)(\zeta'') &= q_\zeta \end{aligned} \quad \text{Gl. 2.1}$$

Die erste Gleichung in Gl. 2.1 beschreibt die Bewegungen in Seilebene, die zweite die Schwingungen senkrecht dazu. Auf der rechten Seite stehen die über der Seillänge konstanten Einwirkungen.

Der Punkt in Gl. 2.1 steht für die Ableitung nach der Zeit und ein Strich für die räumliche Ableitung nach der Variablen  $x$ .



**Bild 1:** Definitionen Schrägseil

Setzt man die nichtlinearen Verträglichkeitsbedingungen und das lineare Stoffgesetz in die Gleichungen 2.1 ein, ergeben sich die folgenden Integro-Differentialgleichungen für das flachgespannte Schrägseil.

$$\begin{aligned} m\ddot{\eta} + d\dot{\eta} - S_0\eta'' - \frac{EA}{s} \left[ \frac{\bar{q}}{S_0} \int_0^s \eta dx + \frac{1}{2} \int_0^s (\eta'^2 + \zeta'^2) dx \right] (y'' + \eta'') &= q_\eta \\ m\ddot{\zeta} + d\dot{\zeta} - S_0\zeta'' - \frac{EA}{s} \left[ \frac{\bar{q}}{S_0} \int_0^s \eta dx + \frac{1}{2} \int_0^s (\eta'^2 + \zeta'^2) dx \right] \zeta'' &= q_\zeta \end{aligned} \quad \text{Gl. 2.2}$$

Dabei kennzeichnet  $m$  die Massenbelegung und  $d$  die Dämpfungskonstante. Die Seilsteifigkeit  $EA$  ergibt sich aus dem Elastizitätsmodul  $E$  und der wirksamen Querschnittsfläche  $A$  des betrachteten Seiles.

Linearisiert man die Bewegungsgleichungen in Gl. 2.2 und betrachtet man nur die Eigenschwingungen in Seilebene, so ergibt sich die lineare Bestimmungsgleichung für eine gedämpfte Saite bzw. die ebene Wellengleichung mit Dämpfung.

$$m\ddot{\eta} + d\dot{\eta} - S_0\eta'' = 0 \quad \text{Gl. 2.3}$$

Das vollständige System von gekoppelten, nichtlinearen partiellen Differentialgleichungen in Gl. 2.2 kann mit verschiedenen Methoden gelöst werden. Neben den numerischen Verfahren zur räumlichen Diskretisierung, wie die Finite Differenzen Methode oder die Finite Element Methode, sind auch analytische Näherungslösungen möglich. Analytische Methoden bieten den Vorteil, dass man an ihnen die allgemeinen Abhängigkeiten besser erkennt. Im folgenden werden die Differentialgleichungen mit dem Separationsansatz und der Annahme einer sinusförmigen Schwingungsform näherungsweise gelöst. Dabei werden die einzelnen Eigenschwingungsformen jeweils getrennt betrachtet, mögliche Eigenmodekopplungen somit vernachlässigt.

### 2.1.2 Ebenes Ersatzsystem

Die statische Auslenkung  $y(x)$  ergibt sich aus der Seiltheorie zu

$$y(x) = \bar{f} \cdot \sin \pi \frac{x}{s}, \quad \text{Gl. 2.4}$$

wobei die Auslenkung in Seilmitte durch

$$\bar{f} = \frac{\bar{q} s^2}{8S_0} \quad \text{Gl. 2.5}$$

berechnet wird.

Mit dem Separationsansatz und der Annahme einer sinusförmigen Schwingungsform

$$\eta(x, t) = \eta(t) \cdot \sin n\pi \frac{x}{s}; \quad \zeta(x, t) = \zeta(t) \cdot \sin n\pi \frac{x}{s} \quad \text{Gl. 2.6}$$

ergeben sich folgende gewöhnliche Differentialgleichungen für die 1. Eigenschwingungsform des Schrägseiles (Tonis, 1989).

$$\begin{aligned} m_s \ddot{\eta} + d_y \dot{\eta} + k_1 \eta + 3k_2 \eta^2 + k_3 \eta^3 + k_2 \zeta^2 + k_3 \eta \zeta^2 &= q_\eta \\ m_s \ddot{\zeta} + d_z \dot{\zeta} + k_{1,2} \zeta + k_3 \zeta^3 + k_3 \zeta \eta^2 + 2k_2 \eta \zeta &= q_\zeta \end{aligned} \quad \text{Gl. 2.7}$$

Der Ansatz einer sinusförmigen Schwingungsform entspricht der ersten linearen Saiteneigenform bzw. dem Abbruch der Reihenentwicklung nach dem ersten Glied. Diese Näherung ist ausreichend, um die grundlegenden Eigenschaften der Seilschwingung wiederzugeben.

Die Koeffizienten in Gl. 2.7 sind folgendermaßen definiert.

$$\begin{aligned}
k_1 &= k_{1,1} + k_{1,2}; \quad k_{1,1} = 16 \hat{f}^2 \frac{\pi EA}{s^2(1+8\hat{f}^2)}; \quad k_{1,2} = \pi^2 \frac{S_0}{s^2}; \quad \hat{f} = \frac{\bar{f}}{s} \\
k_2 &= \left( \frac{\pi^3 + 64}{12} \right) \hat{f} \frac{\pi EA}{s^3(1+8\hat{f}^2)}; \quad k_3 = \frac{\pi^4 EA}{4 s^4(1+8\hat{f}^2)}.
\end{aligned}
\tag{Gl. 2.8}$$

Die Variablen  $\eta$  und  $\xi$  in den nichtlinearen, gekoppelten Gleichungen in Gl. 2.7 geben die Schwingungsamplituden in Seilmitte an. Die beiden Gleichungen enthalten nichtlineare Terme und Kopplungsterme. Der quadratische Term in der ersten Gleichung von Gl. 2.7 spiegelt das nichtlineare Verhalten des Seiles infolge des Durchhanges wieder. Die Seilsteifigkeit ist dabei abhängig von der Bewegungsrichtung in der vertikalen Richtung. Die Rückstellkräfte sind größer bei Durchhangsvergrößerung, also für Bewegungen nach unten, als bei Durchhangsverringerung. Da der Durchhang nur in Richtung der Variablen  $\eta$  auftritt, ist nur in der ersten Gleichung ein quadratischer Term vorhanden. Die kubischen Terme spiegeln das geometrisch nichtlineare Verhalten einer Saite wieder. Mit zunehmender Auslenkung wachsen die Rückstellkräfte überlinear an. Diese kubischen Glieder sind unabhängig vom Durchhang.

Die beiden letzten Terme auf den linken Seiten in Gl. 2.7 sind Kopplungsterme, die der räumlichen Kopplung von Schrägseilschwingungen Rechnung tragen. So können bei Schrägseilen räumliche Schwingungen entstehen, auch wenn das Seil nur in einer Ebene belastet wird. Die Lastterme bzw. die äußeren Einwirkungen auf der rechten Seite des Gleichungssystems können z. B. Wirbel- oder Selbsterregung verursacht werden (siehe nächstes Kapitel).

Der quadratische Term in den Bewegungsgleichungen Gl. 2.7 spielt bei Abspannseilen mit hohen Vorspanngraden bzw. bei Seilen mit geringem Durchhang nur eine untergeordnete Rolle. Er wird im weiteren vernachlässigt. Die kubischen Terme dürfen nur bei kleinen Schwingungsamplituden vernachlässigt werden. Für die Untersuchung aeroelastischer Probleme mit relativ großen Schwingungsamplituden müssen die kubischen Nichtlinearitäten berücksichtigt werden. Vernachlässigt man den Einfluss des Durchhanges, dann ergeben sich für den  $n$ -ten Schwingungsmode folgende Differentialgleichungen der nichtlinearen Saite.

$$\begin{aligned}
m_s \ddot{\eta} + d_y \dot{\eta} + n^2 k_{1,2} \eta + n^4 k_3 \eta^3 + n^4 k_3 \eta \zeta^2 &= q_\eta(t) \\
m_s \ddot{\zeta} + d_z \dot{\zeta} + n^2 k_{1,2} \zeta + n^4 k_3 \zeta^3 + n^4 k_3 \zeta \eta^2 &= q_\zeta(t)
\end{aligned}
\tag{Gl. 2.9}$$

Werden nur kleine Schwingungsauslenkungen vorausgesetzt, dann ergeben sich die entkoppelten Gleichungen für einen linearen Schwinger. Nach linearer Saitentheorie ergeben sich die Eigenfrequenzen nach Gl. 2.10. Mit diesen Eigenfrequenzen nach linearer Saitentheorie lassen sich die Eigenfrequenzen von hochvorgespannten Schrägseilen, wie sie im Brückenbau verwendet werden, relativ genau abschätzen.

$$f_{\text{Saite}} = \frac{n}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{1,2}}{m}} = \frac{n}{2s} \sqrt{\frac{S_0}{m}} \quad \text{Gl. 2.10}$$

Die Eigenfrequenzen der symmetrischen und der antimetrischen Eigenformen sind getrennt und alternieren gemäß Gl. 2.10.

### 2.1.3 Unabhängiger Seilparameter

Ein Indikator, ob die Vernachlässigung der quadratischen Terme aus dem Durchhang gerechtfertigt ist, liefert der unabhängige Seilparameter  $\lambda^2$  nach Irvine (Irvine, 1981). Er gibt das Verhältnis von geometrischen zu elastischen Merkmalen des Seiles nach linearer Theorie an. Für  $\lambda^2 \Rightarrow 0$  verhält sich das Seil wie eine Saite, für  $\lambda^2 \Rightarrow \infty$  wie eine Kette bzw. wie ein dehnstarres Seil. Der Zähler in Gl. 2.11 stellt die geometrischen Eigenschaften dar, der Nenner die elastischen.

$$\lambda^2 \equiv \frac{\left( \frac{mg \cos \delta \cdot s}{S_0} \right)^2}{\frac{S_0 s}{EA}} = \frac{EA (mg \cos \delta \cdot s)^2}{S_0^3} \quad \text{Gl. 2.11}$$

An horizontalen Seilen treten bei  $\lambda^2 = n^2 \cdot 4\pi^2$  modale Überschneidungen der Eigenfrequenzen von der n-ten symmetrischen mit n-ten antimetrischen Eigenform auf (modal crossover). Die getrennte Betrachtung der einzelnen Eigenmodes wie in Gl. 2.10 ist dann nicht mehr gültig. Die in dieser Arbeit betrachteten Abspannkabel an Schrägseilbrücken weisen im allgemeinen einen viel niedrigen Parameter  $\lambda^2$  auf als  $4\pi^2$ , so dass die symmetrischen und antimetrischen Eigenschwingungsformen getrennt sind und die lineare Saitentheorie zur näherungsweisen Bestimmung der Seileigenfrequenzen in Gl. 2.10 verwendet werden kann.

## **2.2 ANALYSE NICHTLINEARER DYNAMISCHER SYSTEME**

### **2.2.1 Überblick Stabilitätsanalyse und Verzweigungstheorie**

Nichtlineare, dynamische Systeme, wie das hier entwickelte Modell, können ein sehr komplexes Verhalten zeigen. Neben den periodischen und harmonischen Schwingungen linearer Systeme können weitere Schwingungsformen wie subharmonische, quasi-periodische oder chaotische Schwingungen auftreten (Nayfeh & Mook, 1979; Chen & Lenny, 1998; u. a.). Mit Hilfe der Stabilitäts- und Verzweigungstheorie können die verschiedenen Schwingungstypen und Parameterbereiche möglicher Schwingungsanregung identifiziert werden (z. B. Troger & Steindl, 1991). Parameteruntersuchungen können dabei mittels der Pfadverfolgung schnell und effizient durchgeführt werden (Seydel, 1994). Im folgenden Kapitel werden die Grundlagen der Stabilitäts- und Bifurkationstheorie für nichtlineare dynamische Systeme beschrieben. Die verwendeten Verfahren der Stabilitäts- und Verzweigungsanalyse sowie der Pfadverfolgung werden erläutert.

Die Stabilitätsuntersuchung von nichtlinearen, dynamischen Systemen erfolgt im Phasenraum. Die Bewegungsdifferentialgleichungen 2. Ordnung, die aus der Formulierung des Gleichgewichts nach Newton bzw. Lagrange entstehen, werden dazu in ein System von Differentialgleichungen 1. Ordnung transformiert. In dem ersten Schritt der Stabilitätsanalyse werden die stationären Lösungen des Systems, d.h. die statischen Gleichgewichtslagen, ermittelt. Anschließend wird die Stabilität der errechneten stationären Lösungen nach Lyapunov untersucht. Ergeben sich für bestimmte Parameterbereiche instabile Lösungen, wird geprüft, ob in dem Gebiet periodische Lösungen mit stabilen Grenzzyklen existieren, d.h. das System sich in einen stabilen dynamischen Zustand mit stationären Schwingungsamplituden einschwingt. Diese periodischen Lösungen werden ermittelt und auf Stabilität nach der Floquet-Theorie hin überprüft. Die parameterabhängigen Lösungskurven der stationären und periodischen Lösungen werden mit Hilfe von Pfadverfolgungsverfahren ermittelt. Lösungsverzweigungen, sogenannte Bifurkationen, werden mittels Testfunktionen in den parametrisierten Gleichungen identifiziert.

### **2.2.2 Parameterstudien mittels Pfadverfolgung**

Bei der Untersuchung eines dynamischen Systems ist man daran interessiert, das Verhalten des Systems in Abhängigkeit von bestimmten Parametern zu studieren. So sind bei Regen-Wind-induzierten Schwingungen z. B. die Abhängigkeiten von der Windgeschwindigkeit oder der Seildämpfung von Interesse. Parameterabhängige, nichtlineare Systeme werden mit Hilfe der Verzweigungstheorie und der Pfadverfolgung untersucht. Will man die Lösungskur-

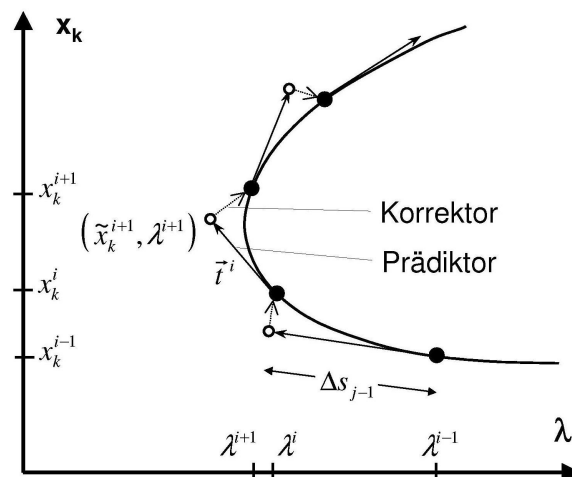
ve entlang eines Parameterwertes verfolgen, so wird bei den Pfadverfolgungsmethoden dem Ausgangsgleichungssystem eine zusätzliche Parametrisierungsgleichung angefügt. Von einer bekannten Lösung ausgehend können so z. B. mit Hilfe eines Prädiktor-Korrektor-Verfahrens die Lösungskurven und deren Verzweigungen durch Testfunktionen entlang eines oder mehrerer Parameter verfolgt werden (Seydel, 1994).

Wurde eine Lösung  $y_i$  für einen bestimmten Parameterwert  $\lambda_i$  berechnet, so kann man mit Hilfe der Pfadverfolgung weitere Lösung dieser Parameterkurve errechnen. Die Pfadverfolgung nach der Prädiktor-Korrektor-Methode berechnet nun eine benachbarte nächste Lösung in zwei Schritten. Im Prädiktor-Schritt wird eine erste Approximation  $(\tilde{y}^{i+1}, \tilde{\lambda}^{i+1})$  für die neue Lösung  $(y^{i+1}, \lambda^{i+1})$  erzeugt, mit der im anschließenden Korrektorschritt die neue Lösung ermittelt wird. Dabei wird im Prädiktor-Schritt die Näherung meist durch die Tangente  $t$  der bekannten Lösung mit einer gewissen Schrittweite  $\Delta s$  bestimmt. Aus dieser Prädiktor-Schätzung wird dann im Korrektorschritt die neue Lösung mittels eines Newton-Verfahrens ermittelt.

$$\tilde{x} = x + t \cdot \Delta s \quad \text{Gl. 2.11}$$

Der Verlauf der Lösung über einen bestimmten Parameterbereich wird in Verzweigungsdiagrammen dargestellt, in denen eine bestimmte Norm der Lösung über dem Parameterwert aufgetragen ist. Die Norm kann z.B. eine unabhängige Variable oder dessen Extremwert sein.

Die Iterationsrichtung des Korrektors wird durch die Parametrisierung der Lösungskurve nach dem Pseudo-Bogenlängenverfahren bestimmt. Im Unterschied zur lokalen Parametrisierung nach dem Newton-Raphson-Verfahren, bei dem die Iteration in Richtung einer Variablen bzw. des Parameters verläuft, wird beim Bogenlängenverfahren die Iterationsrichtung über eine Bedingung zur konstanten Bogenlänge bestimmt.



**Bild 2.2:** Pfadverfolgung mittels Prädiktor-Korrektor-Verfahren



Das Ausgangsgleichungssystem  $f(x, \lambda) = 0$  wird durch eine zusätzliche Parametrisierungsgleichung  $p(x, \lambda, s) = 0$  erweitert.

$$\begin{aligned} f(x, \lambda) &= 0 \\ p(x, \lambda, s) &= 0 \end{aligned} \quad \text{Gl. 2.12}$$

Beim hier verwendeten Pseudo-Bogenlängenverfahren wird die Parametrisierungsgleichung folgendermaßen ermittelt.

$$p(x, \lambda, s) = t^T (\bar{x} - \bar{x}(0)) - \Delta s_j \quad \text{Gl. 2.13}$$

mit 
$$\bar{x} = \begin{pmatrix} x \\ \lambda \end{pmatrix}, \quad \bar{n} = n + 1$$

Der Tangentenvektor  $t$  des Prädiktors wird dabei wie folgt berechnet.

$$\left( \begin{array}{c} \frac{f(x, \lambda)}{\partial x} \bigg|_{e_j^T} \frac{f(x, \lambda)}{\partial \lambda} \end{array} \right) t = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \text{Gl. 2.14}$$

wobei die partiellen Ableitungen in der Jakobi-Matrix  $J$  (Gl. 2.22) durch Differenzquotienten approximiert werden.

Die Schrittlänge  $\Delta s$  wird anhand der Anzahl der Korrektor-Iterationen  $m$  angepasst. Überschreitet die Zahl der Iterationen einen bestimmten Wert, so wird die Schrittweite auf die Hälfte reduziert. Konvergiert die Lösung bei kleinen Schrittweiten sehr schnell, so wird die Schrittweite vergrößert bis zu einem Maximalwert.

$$\Delta s_j = \xi \Delta s_{j-1} \quad \text{Gl. 2.15}$$

$$\xi = \begin{cases} 0,5 & m > 5 \\ 1 & m \leq 5, \Delta s > 2/3 \Delta s_{\max} \\ 1,5 & m \leq 5, \Delta s < 2/3 \Delta s_{\max} \end{cases}$$

## 2.2.3 Stabilitäts- und Verzweigungstheorie

### 2.2.3.1 Transformation in den Phasenraum

Aus den Gleichgewichtsbetrachtungen ergeben sich die Bewegungsgleichungen als ein System von Differentialgleichungen zweiter Ordnung (Index II).

$$m\ddot{x}_{II} + d\dot{x}_{II} + kx_{II} = F(x_{II}, \dot{x}_{II}, t) \quad \text{Gl. 2.16}$$

Diese werden nun in den Phasenraum transformiert. Dazu werden die Gleichungen nach den zweiten Ableitungen aufgelöst und

$$\dot{x}_{II} = x \quad \text{Gl. 2.17}$$

gesetzt. Man erhält ein Gleichungssystem 1. Ordnung mit nun doppelt so vielen Gleichungen.

$$\dot{x} = f(x, \lambda) \quad x \in \mathbb{R}^N \quad \text{Gl. 2.18}$$

### 2.2.3.2 Stationäre Lösungen

Für die Ermittlung der stationären Lösungen  $x_s$  werden die Ableitungen auf der linken Seite des Gleichungssystems 2.18 zu Null gesetzt. Die statischen Gleichgewichtslagen bzw. die stationären Punkte werden auch als Fixpunkte oder singuläre Punkte bezeichnet (Plaschko & Brod, 1995).

$$0 = f(x_s, \lambda) \quad \text{Gl. 2.19}$$

Die Gleichungen werden mit Hilfe des Bogenlängenverfahrens parametrisiert. Das erweiterte Gleichungssystem 2.20 gibt dann den Verlauf der stationären Lösungen über den Parameter  $\lambda$  an.

$$\begin{pmatrix} f(x_s, \lambda) \\ p(x, \lambda, s) \end{pmatrix} = 0 \quad \text{Gl. 2.20}$$

### 2.2.3.3 Stabilität stationärer Lösungen

An die Berechnung der Gleichgewichtslagen schließt eine lineare Stabilitätsanalyse für jede dieser stationären Lösungen an. Dazu werden die Eigenwerte der Jakobi-Matrix  $J$  am stationären Punkt  $x_s$  untersucht. Diese Stabilitätsanalyse nach Lyapunov stellt das lokale Stabilitätsverhalten des linearisierten Systems dar (Lyapunov, 1966).

$$\dot{x} = J(x_s, \lambda) x + O(x^2) + \dots \quad \text{Gl. 2.21}$$

Die Jakobi-Matrix  $J$  ist als

$$J = f_x = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=x_s} \quad \text{Gl. 2.22}$$

definiert, wobei die partiellen Ableitungen in der Jakobi-Matrix durch Differenzquotienten approximiert werden, wenn keine analytische Formulierung der Funktion  $f$  möglich ist.

Das Eigenwertproblem ergibt sich aus

$$(J - \mu E)v = 0, \quad \text{Gl. 2.23}$$

dabei sind  $\mu$  die Eigenwerte und  $v$  die Eigenvektoren.

Anhand der Eigenwerte der Jakobi-Matrix wird ein Fixpunkt klassifiziert und seine Stabilität überprüft. Die einzelnen Typen der stationären Lösungen haben verschiedene Phasenportraits (Bild 2.3). Hier wird exemplarisch der zweidimensionale Fall ( $x \in \mathbb{R}^2$ ) untersucht, da für diesen Fall eine überschaubare Anzahl unterschiedlicher Fixpunkte existiert. Wird das System

mit 3 Bestimmungsgleichungen beschrieben ( $x \in \mathbb{R}^3$ ), so sind mehr als 20 verschiedene Typen von Fixpunkten möglich (Arnol'd, 1973). Bei höheren Dimensionen sind es entsprechend mehr.

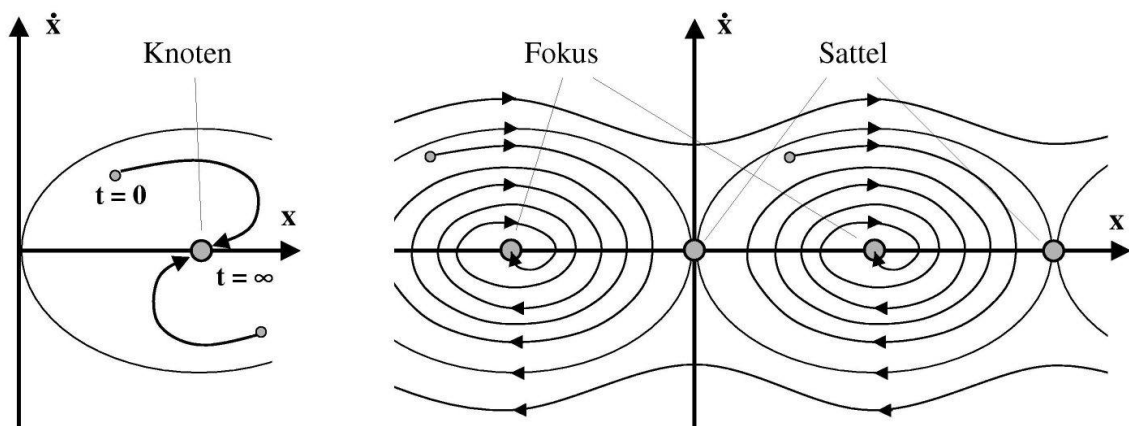
Im zweidimensionalen Fall werden

- Knoten,
- Sattel und
- Fokus

unterschieden.

Sind die Eigenwerte reell und gleichen Vorzeichens, bezeichnet man den Punkt als Knoten. Das Verhalten des Systems um einen Knotenpunkt entspricht dem eines überkritisch gedämpften Schwingsystems. Sind die Eigenwerte reell und verschiedenen Vorzeichens, so spricht man von einem Sattelpunkt. Sattelpunkte sind immer instabil. Hat der stationäre Punkt konjugiert-komplexe Eigenwerte mit keinem Realteil, der Null ist, so wird dieser Punkt als Fokus bezeichnet. Das System ist in diesem Fall unterkritisch gedämpft. Der Fokuspunkt entspricht dem Arbeitspunkt, um den sich das Schwingsystem bewegt.

Die Namensgebung und die Unterschiede der Fixpunkte werden graphisch in den Phasenportraits in Bild 2.3 deutlich, in dem die Geschwindigkeit über der Zustandsvariablen aufgetragen ist.



**Bild 2.3:** Phasenportraits eines über- und unterkritisch gedämpften Schwingers

Nach Lyapunovs Theorem lässt sich die Stabilität der stationären Lösung mit Hilfe der Eigenwerte der Jakobi-Matrix bestimmen. Sind alle Realteile der Eigenwerte negativ, so ist der stationäre Punkt stabil. Sobald ein positiver Realteil existiert, ist das System instabil.

$$\begin{array}{lll} \Re(\mu) < 0 & \Rightarrow & \text{stabil} \\ \Re(\mu) > 0 & \Rightarrow & \text{instabil} \end{array} \quad \text{Gl. 2.24}$$

Ein stabiler Fokus entspricht dann z.B. der Gleichgewichtslage einer gedämpften Schwingung, der sich das System mit zunehmender Zeit immer mehr annähert und in der es letztendlich aufgrund der Schwingungsdämpfung liegen bleibt. Ein instabiler Fokus kennzeichnet den Arbeitspunkt, um den das System mit steigender Amplitude schwingt. Ausgehend von einer Störung wird das System zu immer stärkeren Schwingungen angefacht.

Die im Bauingenieurwesen nicht gebräuchliche Analyse des Systems im Phasenraum wird kurz anhand der bekannten Bewegungsgleichungen 2. Ordnung verdeutlicht.

$$M\ddot{x}_{II} + D\dot{x}_{II} + Kx_{II} = F \quad \text{Gl. 2.25}$$

Für die Ermittlung der stationären Lösungen im Phasenraum werden die zeitlichen Ableitungen 1. Ordnung der linken Seite von Gl. 2.19 zu Null gesetzt. Um die statischen Gleichgewichtslagen einer entsprechenden Bewegungsdifferentialgleichung 2. Ordnung zu bestimmen, setzt man die Massen- und Dämpfungsterme bzw. die Terme mit zeitlichen Ableitungen wie die Beschleunigung und die Geschwindigkeit zu Null. Es entstehen dann die bekannten Gleichgewichtsbeziehungen aus der Statik.

Stationäre Lösungen System 1. Ordnung:		Gleichgewichtslagen System 2. Ordnung:
Setze $\dot{x} = 0$	$\Leftrightarrow$	Setze: $\ddot{x}_{II} = \dot{x}_{II} = 0$
Bedingung: $0 = f(x_s, \lambda)$		Bedingung: $Kx_{II} = F(x)$

Die lineare Stabilitätsanalyse im Phasenraum nach Lyapunov lässt sich entsprechend auch anhand der Bewegungsgleichungen 2. Ordnung verdeutlichen. Mit dem Ansatz einer harmonischen Schwingung

$$x(t) = \tilde{x} e^{\mu t} = \tilde{x} e^{(\mu_{\text{Re}} + i\mu_{\text{Im}})t} = \tilde{x} e^{\mu_{\text{Re}} t} (\cos \mu_{\text{Im}} t + i \sin \mu_{\text{Im}} t) \quad \text{Gl. 2.26}$$

ergibt sich bei der Stabilitätsuntersuchung des homogenen Gleichungssystems ein quadratisches Eigenwertproblem, in dem der Realteil des Eigenwertes im exponentiellen Vergrößerungsterm in Gl. 2.26 der modalen Systemdämpfung und der Imaginärteil der Systemeigenfrequenz entspricht.

$$\det(\mu^2 M + \mu D + K) = 0 \quad \text{Gl. 2.27}$$

Bei komplexen Eigenwerten liegen also Schwingungen vor, wobei der Imaginärteil die Eigenfrequenz widerspiegelt. Ergeben sich nur negative Realteile der Eigenwerte, dann ist das System positiv gedämpft. Der Exponent des Vergrößerungsterms in Gl. 2.26 ist in diesem Fall negativ, die Schwingungsamplituden nehmen mit der Zeit ab. Bei einem oder mehr

positiven Realteilen der Eigenwerte ist das System negativ gedämpft, die Schwingungen werden also angefacht. Das System ist in diesem Fall instabil (Gl. 2.24).

#### 2.2.3.4 Verzweigungen stationärer Lösungen

In Ausnahmefällen kann ein Eigenwert oder dessen Realteil null sein. Dann spricht man von nicht-hyperbolischen oder degenerativen Punkten (Troger & Steindl, 1998).

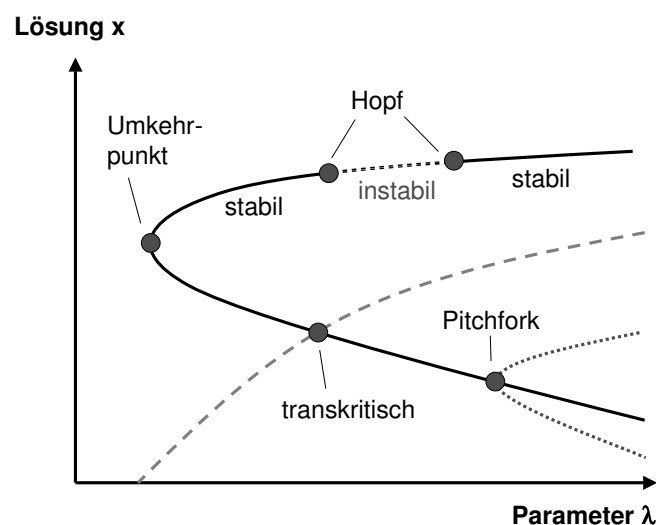
$$\mu = 0 \quad \text{oder} \quad \operatorname{Re}(\mu) = 0 \quad \text{Gl. 2.28}$$

Qualitative Wechsel im Systemverhalten finden statt, wenn solch ein degenerativer Punkt bei Veränderung der Parameter durchlaufen wird. Zum Beispiel kann ein System, das vorher im stabilen Gleichgewicht war, ab einem bestimmten Parameterwert instabil werden. Solch ein Wechsel im Systemverhalten wird als Verzweigung oder Bifurkation bezeichnet. Der Parameterwert, bei dem das topologische Verhalten des Systems wechselt, wird Bifurkationspunkt genannt. Es gibt folgende Bifurkationen von stationären Lösungen:

- Umkehrpunkt / Grenzpunkt / Faltung
- Transkritische Bifurkation
- Pitchfork-Bifurkation
- Hopf-Bifurkation.

Grenz- oder Faltungspunkte sind Umkehrpunkte in der Lösungskurve des Verzweigungsdiagramms (Bild 2.4). In solchen Umkehrpunkten entstehen entweder zwei neue Lösungen oder zwei Lösungen verschwinden. Auf einer Seite existiert keine Lösung, auf der anderen Seite befinden sich zwei Lösungszweige.

Bei einer transkritischen Bifurkation schneiden sich zwei Lösungszweige mit verschiedenen



**Bild 2.4:** Verzweigungen stationärer Lösungen

Tangenten. Wenn nur ein Zweig auf einer Seite der Bifurkation verläuft, spricht man von einer Pitchfork-Bifurkation. Man unterscheidet zwischen überkritischen und unterkritischen Pitchfork-Bifurkation. Überkritische Pitchfork-Verzweigungen haben stabile Lösungen auf beiden Seiten der Bifurkation.

Den Wechsel von einem stabilen Gleichgewichtszweig zu einem Zweig periodischer Lösungen nennt man Hopf-Bifurkation. Dabei stellt der Punkt einer Hopf-Verzweigung die Grenze zwischen einer stabilen und einer instabilen Fokuspunktlösung dar. Ausgehend von einer Störung wird das System im instabilen Bereich zu Schwingungen angefacht. Hopf-Bifurkationen sind die Geburtsstätte von periodischen Grenzzyklen, auch Orbits genannt.

Analytisch werden die Verzweigungen mittels Testfunktionen in den parametrisierten Gleichungen identifiziert. Im Fall von Verzweigungen stationärer Lösungen lauten die Testfunktionen also

$$\mu = 0 \quad \text{oder} \quad \operatorname{Re}(\mu) = 0 \quad \text{Gl. 2.29}$$

#### 2.2.3.5 Periodische Lösungen

Ist die stationäre Lösung  $x_s$  in einem bestimmten Parameterbereich ein instabiler Fokus z. B. nach einer Hopf-Verzweigung, wird untersucht, ob in diesem Bereich periodische Lösungen mit stabilen Grenzzyklen existieren. Das System befindet sich dann in einem dynamisch stationären Zustand. Stationär bezieht sich nun auf die konstanten bzw. stationären, d.h. zeitlich unveränderlichen Schwingungsamplituden.

Periodische Lösungen ergeben sich aus der Periodizitätsbedingung. Die Werte der Startlösung müssen nach der noch unbekannten Schwingungsperiode  $T$  wieder die Ausgangslösung durchlaufen (Gl. 2.30). Es gibt verschiedene Möglichkeiten die periodischen Lösungen zu berechnen. Ein Verfahren besteht darin, eine numerische Simulation im Zeitbereich durchzuführen, also die Differentialgleichungen so lange in der Zeit zu integrieren bis die Periodizitätsbedingung erfüllt ist. Das kann bei langen Einschwingvorgängen viel Zeit beanspruchen. Instabile Orbits können mit dieser Methode durch zeitliches Rückwärts-Integrieren ermittelt werden.

In dieser Arbeit wird das sogenannte Schießverfahren zur Bestimmung der periodischen Lösungen eingesetzt. Die Vorteile des Schießverfahrens liegen zum einen in einer schnelleren Berechnung der Grenzzyklen und zum anderen darin, dass sowohl stabile als auch instabile Lösungen ohne Modifikationen erkannt werden. Wie bei der Simulation im Zeitbereich erfordert auch das Schießverfahren keinerlei Annahme bezüglich der Schwingungen wie sie

für analytische Verfahren notwendig sind, z.B. die Annahme harmonischer Schwingungen. Beim Schießverfahren erweitert man das Differentialgleichungssystem um die Periodizitätsbedingung und führt als neue Variable die noch unbekannte Schwingperiode  $T$  ein. Man erhält ein Randwertproblem, das mit dem einfachen Schießverfahren gelöst wird. Für die Konvergenz des Verfahrens ist eine gute Anfangslösung notwendig. Diese erhält man z.B. aus der numerischen Integration der Ausgangsdifferentialgleichungen in Gl. 2.18. Einfachstes Schießverfahren ist die Kopplung eines Zeitintegrationsverfahrens wie das von Runge-Kutta mit einem Newton-Verfahren.

Die Periodizitätsbedingung lässt sich schreiben als

$$x_p(t_0) = x_p(t_0 + T) \quad \text{Gl. 2.30}$$

Der Startzeitpunkt  $t_0$  der Integration wird über die Phasenbedingung definiert. Hier wird der Startpunkt in einem Extremwert einer frei wählbaren Variablen  $x_j$  gelegt. Dadurch werden mögliche Phasenverschiebungen reduziert.

$$n(x(0), \lambda) := \dot{x}_j(0) = 0 \quad \text{Gl. 2.31}$$

Die Periode  $T$  der periodischen Lösung ist noch unbekannt und muss zusammen mit der Lösung  $x$  berechnet werden. Periodische Lösungen  $x_p$  mit der Periode  $T$  lassen sich damit durch das folgende erweiterte Randwertproblem berechnen.

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{T} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(x, \lambda) \\ 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \begin{pmatrix} x(0) - x(T) \\ \dot{x}_j(0) \end{pmatrix} = 0 \quad \text{Gl. 2.32}$$

Dieses 2-Punkt-Randwertproblem wird mit einem Schießverfahren gelöst, das das Randwertproblem in ein Anfangswertproblem überführt. Das Gleichungssystem wird numerisch integriert, wobei die Anfangswerte systematisch so variiert werden, bis die Lösung den Randwerten entspricht. Die Berechnung erfordert die Wahl eines günstigen Anfangswertes. Dieser Anfangswert kann mit einer numerischen Zeitintegration berechnet oder abgeschätzt werden. Dazu wird hier das Runge-Kutta Verfahren 4.-5. Ordnung verwendet. Genau wie bei der stationären Lösung kann auch dieses System mit Hilfe einer zusätzlichen Parametrisierungsgleichung parametrisiert und so die Lösungszweige über den Parameter  $\lambda$  verfolgt werden. Die Periode  $T$  wurde auf die Einheitslänge normiert.

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} x \\ T \\ \lambda \end{pmatrix}, \quad \bar{n} = n + 2 \quad \text{Gl. 2.33}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{T} \\ \dot{\lambda} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T f(x, \lambda) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \begin{pmatrix} x(0) - x(1) \\ \dot{x}_j(0) \\ p(x, T, \lambda, s) \end{pmatrix} = 0 \quad \text{Gl. 2.34}$$

### 2.2.3.6 Stabilität periodischer Lösungen

Ist eine periodische Lösung  $(x_p, T_p, \lambda)$  nach Gl. 2.34 berechnet, so kann man mit Hilfe der charakteristischen Multiplikatoren die Stabilität prüfen. Dabei müssen auch die nichtlinearen Terme der Differentialgleichungen in die Analyse mit einbezogen werden. Nach der Floquet-Theorie existiert ein stabiler Grenzzzyklus, wenn die Beträge der charakteristischen Multiplikatoren kleiner eins sind (Reithmeier, 1991). Die charakteristischen Multiplikatoren sind die Eigenwerte der Monodromiematrix der periodischen Lösung  $x_p$ . Die Monodromiematrix  $M$  ist definiert als

$$M(x_p, \lambda) = \Phi(T) \quad \text{Gl. 2.35}$$

mit

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}(t) &= J(x_p, \lambda) \cdot \Phi(t) \\ \Phi(0) &= E \end{aligned}$$

wobei  $\Phi$  die Fundamentalmatrix des Systems,  $E$  die Einheitsmatrix und  $T$  die Periode der Schwingung ist. Die Berechnung der Monodromiematrix  $M$  a posteriori führt auf ein Anfangswertproblem, dass man über eine Periode von  $T = 0$  bis  $t = T$  integriert.  $M$  ist dann die Fundamentalmatrix  $\Phi$  zum Zeitpunkt  $T$ .

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\Phi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(x, \lambda) \\ J(x, \lambda) \cdot \Phi \end{pmatrix} ; \quad \begin{pmatrix} x(0) \\ \Phi(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_p(0) \\ E \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 2.36}$$

Alternativ kann man die Monodromiematrix auch spaltenweise berechnen, was den Speicherplatzbedarf signifikant reduziert. Der Vektor  $h_k$  entspricht der  $k$ -ten Spalte der Monodromiematrix.

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{T} \\ \dot{\lambda} \\ \dot{h}_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T \cdot f(x, \lambda) \\ 0 \\ 0 \\ T \cdot f_x(x, \lambda) \cdot h_k \end{pmatrix} ; \quad \begin{pmatrix} x(0) \\ T(0) \\ \lambda(0) \\ h_k(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_p(0) \\ T_p \\ \lambda_p \\ e_k \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 2.37}$$

Die Stabilität der periodischen Lösung wird über die Beträge von den Eigenwerten der Monodromiematrix, den charakteristischen Multiplikatoren oder Floquet-Multiplikatoren, bestimmt. Ein Multiplikator hat immer den Wert 1. Sind die Beträge der anderen Multiplikatoren alle kleiner 1, so ist die periodische Lösung ein stabiler Grenzzzyklus.

$$|\mu_i| < 1 \quad \text{mit } i = 2 \dots n \Rightarrow \text{stabiler Orbit} \quad \text{Gl. 2.38}$$

Liegen also alle Multiplikatoren innerhalb des Einheitskreises der komplexen Ebene, ist die periodische Lösung stabil. Das System schwingt sich in einen stabilen Grenzzustand ein.



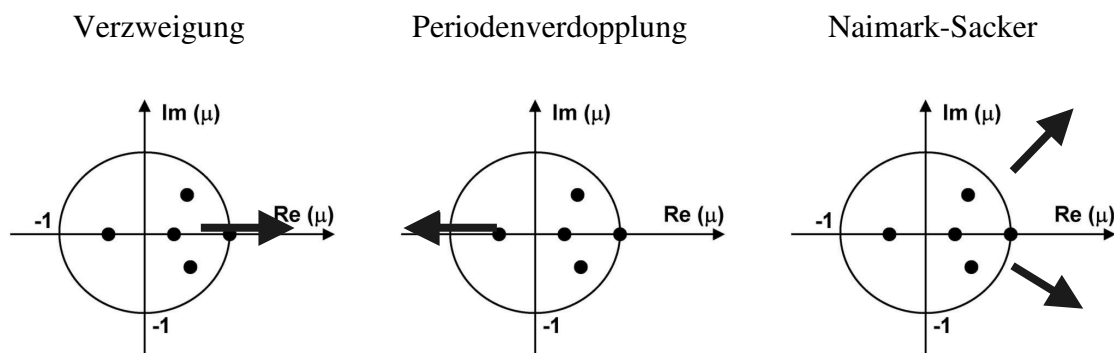
### 2.2.3.7 Verzweigungen periodischer Lösungen

Sind die Beträge von mindestens zwei Multiplikatoren gleich 1, so tritt eine Bifurkation höherer Ordnung in diesen Punkten auf.

$$|\mu_i| = 1 \quad i = 1, 2 \quad \text{Gl. 2.39}$$

Es gibt drei mögliche Verzweigungen periodischer Lösungen, die zu Wechsel im Systemverhalten führen (Seydel, 1994).

- Grenzverzweigung der periodischen Lösung (Grenzpunktorbit)
- Periodenverdopplung (subharmonische Bifurkation, flip bifurcation)
- Naimark-Sacker Bifurkation (sekundäre Hopf-Verzweigung, Torus-Bifurkation)



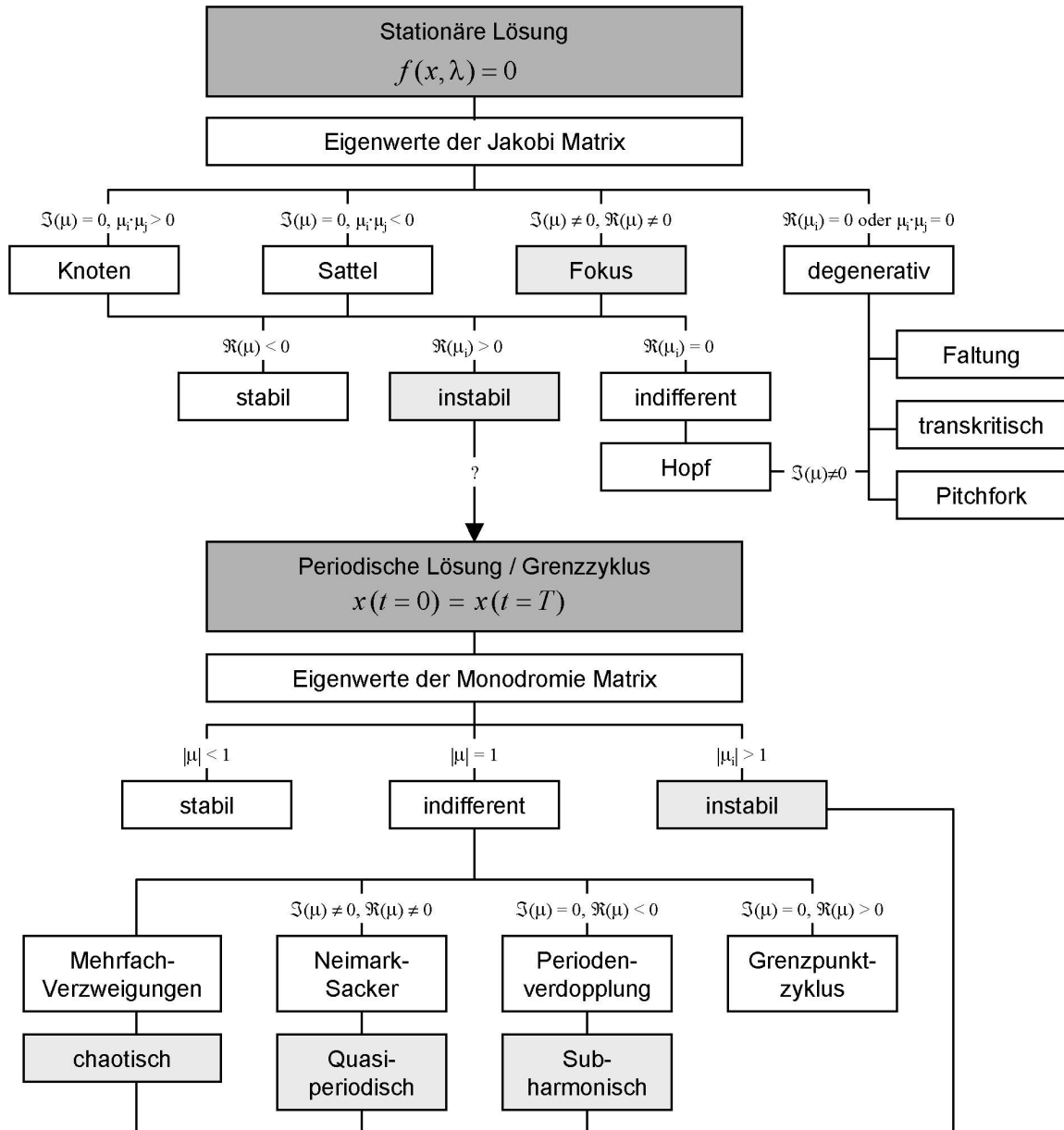
**Bild 2.5:** Bifurkationen periodischer Lösungen (nach Seydel, 1994)

War die Bewegung vorher monofrequent und harmonisch, ergeben sich dann subharmonische oder quasi-periodische Schwingungen. Finden mehrere dieser Bifurkationen hintereinander statt, so wird das Systemverhalten chaotisch (Bild 2.6).

Anhand der Multiplikatoren im Einheitskreis lassen sich die verschiedenen Möglichkeiten zeigen, wie das System die Stabilität seiner periodischen Lösung verlieren kann (Bild 2.5). Wird der Wert eines reellen und positiven Multiplikators größer als 1, so ist ein Grenzorbit bzw. ein Umkehrpunkt durchlaufen worden. Verlässt ein reeller Multiplikator den Einheitskreis auf der negativen Seite, so spricht man von einer Periodenverdopplung oder einer subharmonischen Bifurkation. Der Multiplikator hat an dieser Stelle den Wert  $-1$ . Es entstehen subharmonische Schwingungen. Verlässt ein Paar von konjugiert-komplexen Eigenwerten den Einheitskreis, so wird diese Verzweigung Naimark-Sacker, Torus-Bifurkation oder sekundäre Hopf-Verzweigung genannt. Es entsteht eine Torus-Schwingung, periodische Schwingungen mit zwei oder mehr Frequenzen. Das Verhältnis der neuen zweiten Frequenz zu der ursprünglichen Frequenz ist irrational. Die Schwingungen werden daher als quasi-

periodisch bezeichnet. Bei mehreren Bifurkationen höherer Ordnung hintereinander kommt es zu chaotischen Schwingungen mit einem breitbandigen Frequenzspektrum.

In Bild 2.6 ist das Vorgehen bei der Stabilitätsanalyse nochmals schematisch zusammengefasst.



**Bild 2.6:** Überblick Stabilitätsanalyse für  $x \in \mathbb{R}^2$

## **2.3 WINDERREGTE SCHWINGUNGEN VON EINZELSEILEN**

Die Modellierung Regen-Wind-induzierter Schwingungen und die Entwicklung effizienter Gegenmaßnahmen setzt die Identifizierung des Anregungsmechanismus voraus. Da der Mechanismus, der zu den starken Seilschwingungen infolge Wind und Regen führt, noch nicht vollständig aufgeklärt ist, werden zunächst die bekannten Anregungsmechanismen und Schwingungsphänomene bei Abspannseilen betrachtet. In diesem Kapitel werden die einzelnen Anregungsmechanismen behandelt und in Hinsicht auf Relevanz für Regen-Wind-induzierte Schwingungen untersucht. Die Phänomene von Regen-Wind-induzierten Schwingungen werden im Kapitel 3 eingehend besprochen.

### **2.3.1 Überblick über winderregte Seilschwingungen**

Befindet sich ein Körper in einem Strömungsfeld, so kann die umströmte Struktur durch die Fluidkräfte zu Schwingungen angeregt werden. Genauso beeinflusst das Profil und dessen Bewegung das Strömungsfeld, es kommt zu einer komplexen Interaktion von Struktur und Fluid. Strömungsinduzierte Schwingungen treten in einer Vielzahl von Ingenieurbereichen auf (Naudascher, 1990; Blevins, 1990). Durch Wind hervorgerufene Schwingungen von Bauwerken werden in einer eigenen Disziplin, dem Windingenieurwesen behandelt. Die möglichen Ursachen, die zu winderregten Schwingungen von Seilen führen, sind vielfältig (Virlogeux, 1998). Neben den bekannten wind-induzierten Anregungsarten an Einzelseilen wie die Wirbelerregung nach von Karman (Karman & Kurbach, 1912), Galloping-Instabilitäten von vereisten Hochspannungsleitungen (den Hartog, 1985) oder Böenerregung (Peil & Nölle, 1992), gibt es zahlreiche andere winderregte Instabilitäten mit Beteiligung mehrerer Seile wie z. B. Seilbündel-Flattern oder Nachlauf-Instabilitäten (Wardlaw, 1994). Seit erst relativ kurzer Zeit bekannte Formen von Schwingungsanregung bei Einzelseilen sind die hier untersuchten Regen-Wind-induzierten Schwingungen (Hikami, 1986) oder wind-induzierte Schwingungen geneigter Seile ohne Regen (Matsumoto et al., 1995). Im Rahmen dieser Arbeit wird sich auf die Anregung von Einzelseilen beschränkt.

Allgemein unterscheidet man in Abhängigkeit von der Art der Erregerkraft zwischen stör- und selbstinduzierten Schwingungen, wobei es aber auch Mischformen gibt. Die Einteilung der Schwingungsursachen wird von Naudascher übernommen (Naudascher, 1994). Es wird in

- Fremd- oder Zwangserregung,
- durch Strömungsinstabilitäten hervorgerufene Anregung (Wirbel, aerodynamische Instabilität),

- Parametererregung und
- bewegungsinduzierte Anregung (selbsterregt, aeroelastische Instabilität)

unterschieden. Die drei erstgenannten Anregungsarten gehören zu den störinduzierten Schwingungen. Häufig wirken mehrere Mechanismen gleichzeitig bzw. beeinflussen sich gegenseitig. Das natürliche Windfeld ist z.B. immer turbulent und die Effekte daraus überlagern sich z.B. mit denen einer Wirbelanregung oder einer anderen aeroelastischen Instabilität (Parkinson & Wawzonek, 1981).

Die störinduzierten Schwingungen unterteilt man in Fremderregung, Parametererregung und durch Strömungsinstabilitäten (Wirbel) verursachte Schwingungen. Bei rein störinduzierten Schwingungen sind die schwingungsanregenden Kräfte eine Funktion der Zeit und unabhängig von der Strukturbewegung. Es wirkt eine meist periodische Störung von außen auf das schwingungsfähige System. Diese Störung bleibt unverändert, gleichgültig, ob die Struktur sich bewegt oder nicht. Zur Resonanz kommt es, wenn die Erregerkraft in der Eigenfrequenz des Systems wirkt. Die störinduzierten Schwingungen führen bei der Analyse zu inhomogenen Bewegungsgleichungen und stellen damit ein Antwortproblem dar. Ist die Einwirkung nicht harmonisch sondern stochastisch wie z. B. bei Wind, so wird bei linearen Systemen meist mit Übertragungsfunktionen im Frequenzbereich gearbeitet. Verhindern lassen sich die Schwingungen durch Verstimmen der Eigenfrequenzen oder durch eine Erhöhung der Strukturdämpfung.

Zu den selbst- oder bewegungsinduzierten Schwingungen zählen z.B. das Galloping von Überlandleitungen oder das Flattern von Tragflügeln (Försching, 1974). Selbsterregte Schwingungen werden durch die Bewegung der umströmten Struktur verursacht. Bei strömungsinduzierten Schwingungen verändert sich das Strömungsfeld von einer kleinen Störung ausgehend derart, dass sich die anfängliche Störung immer weiter vergrößert. Es findet ein Energietransfer von der Strömung in die Struktur statt. Das System wird zu Schwingungen angefacht, wenn bei einer vollen Periode der Bewegung infolge der Luftkraft mehr Energie in das System gelangt als ihm durch die Strukturdämpfung entzogen wird. Selbstinduzierte Schwingungen können entweder als entkoppelte Schwingung mit einem Freiheitsgrad oder als gekoppelte Schwingung mit komplexer Interaktion mehrerer Freiheitsgrade auftreten. Zur Unterdrückung der Schwingungen kommen sowohl aerodynamische als auch strukturelle Gegenmaßnahmen in Frage. Dabei kann man das aerodynamisch instabile Strömungsprofil ändern oder die Strukturdämpfung z. B. durch externe Dämpfer erhöhen.

## **2.3.2 Störinduzierte Schwingungen**

### *2.3.2.1 Fremderregung*

Fremderregte Schwingungen an umströmten Körpern werden durch Druck- und Geschwindigkeitsschwankungen des Fluids hervorgerufen. Diese Schwankungen sind unabhängig von der Bewegung der Struktur oder von den durch die Struktur hervorgerufenen Strömungsinstabilitäten. Ursachen dieser erzwungenen Schwingungen sind z.B. Böen oder der turbulente Nachlauf eines stromauf gelegenen Körpers (Davenport, 1959). Ein Beispiel für die Fremderregung bei Abspannseilen ist die Anregung durch den böigen Wind (Peil, 1996). Diese Anregungsform führt hauptsächlich zu Schwingungen in Windrichtung und ist bei Seilen nicht sehr kritisch, da sie nur bei großen Windgeschwindigkeiten zu nennenswerten Auslenkungen führt (Bild 2.12).

### *2.3.2.2 Wirbelerregung*

Bekannteste Form der Schwingungsanregung durch Strömungsinstabilitäten ist die Wirbelerregung von Kreiszylindern durch die lateralen Druckschwankungen infolge Ablösewirbeln im Nachlauf des umströmten Körpers (von Karman und Rubach, 1912). Die Strömungsinstabilitäten bzw. Ablösewirbel im Nachlauf werden in diesem Fall von der umströmten Struktur selbst hervorgerufen. Bei der Wirbelerregung nach Karman rufen die periodischen Wirbelablösungen an Ober- und Unterseite eines Kreisprofils Schwingungen des umströmten Zylinders quer zur Anströmrichtung hervor. Die Frequenz der Wirbelablösung ist eine Funktion der Strouhal-Zahl, der Windgeschwindigkeit und der Profilbreite. Die Strouhal-Zahl ist abhängig von der Profilform und der Reynoldszahl. Starke Schwingungen treten nur in einem begrenzten Geschwindigkeitsbereich auf, genau dann, wenn die Frequenz dieser periodischen Wirbelablösung im Bereich der Eigenfrequenzen des umströmten Körpers liegt. Es kommt zu Resonanzschwingungen in der Struktureigenfrequenz. Sogenannte Lock-In Effekte können den Frequenzbereich der Resonanz verbreitern (Parkinson, 1974).

Wegen der relativ geringen Durchmesser von Abspannseilen ergeben sich geringe resonanzkritische Windgeschwindigkeiten für die niedrigen Eigenfrequenzen des Seiles (Bild 2.12). Infolge der geringen Geschwindigkeit wird auch nur wenig Energie vom Wind in das Seil transferiert und die Amplituden sind dementsprechend klein. Höhere Eigenformen werden bei größeren Strömungsgeschwindigkeiten angeregt, aber verursachen Schwingungen mit relativ geringen Amplituden.

Die Erregerkraft kann in Abhängigkeit von der Strömungsgeschwindigkeit als zeitabhängige äußere Kraft aufgefasst werden. Es existieren aber auch komplexere Modelle, die die Abhängigkeit der Einwirkung aus Wirbelablösung von der Bewegung des umströmten Körpers berücksichtigen (z.B. Hartlen & Curie, 1970).

Neben der Anregung durch Karman-Wirbel entdeckte Matsumoto noch eine zweite mögliche Anregungsform infolge Wirbelablösungen, sogenanntes high-speed vortex shedding (Matsumoto, 1999). Bei geneigten Seilen, die quer zur Achse angeströmt werden, treten dreidimensionale Effekte im Strömungsfeld des Nachlaufs des umströmten Körpers auf. Matsumoto beobachtete eine axiale Strömung hinter dem umströmten Seil und vergrößerte Ablösewirbel, die in einem ganzzahligen Verhältnis zu den normalen Karman-Wirbeln auftraten. So wird z.B. jeder vierte Ablösewirbel vergrößert. Die Frequenz dieser vergrößerten Wirbel entspricht den beobachteten Schwingungsfrequenz der geneigten Seile im Wind. In den Untersuchungen trat diese Schwingungsform nur bei sehr hohen Windgeschwindigkeiten auf.

#### *2.3.2.3 Parametererregung*

Werden durch äußere Kräfte oder Randpunktverschiebungen die Parameter des Körpers wie Masse, Dämpfung oder Steifigkeit mit der Zeit verändert, so spricht man von Parametererregung. Bei Schrägseilen kann dies durch Bewegungen der Aufhängepunkte hervorgerufen werden. Dabei übertragen die angeschlossenen Bauteile wie Pylon oder Fahrbahn ihre Biegeschwingungen an das Seil und es kommt zu Resonanzerscheinungen mit transversalen und longitudinalen Schwingungen des Abspannseils (Kovacs, 1982). Die Verformungen des Pylon oder der Fahrbahn können durch Verkehr, Erdbeben oder Windeinwirkung verursacht werden. Durch die Auslenkung der Seilendpunkte werden die Seilsehnenlänge und damit die Vorspannung und der Seildurchhang geändert. Dies führt zu einer zeitabhängigen Änderung der Koeffizienten in der Bewegungsgleichung z.B. der Steifigkeit des Seiles. Die Änderung wirkt dann so, dass die Auslenkung des Seiles vergrößert oder das Seil zu Schwingungen angefacht wird. Diese Schwingungen können große Amplituden zur Folge haben. Um sie zu verhindern sollten die Eigenfrequenzen von Anschlussstrukturen und Seil nicht in einem ganzzahligen Verhältnis oder weit auseinander liegen.

#### **2.3.3 Selbsterregte Schwingungen**

Bei selbsterregten Schwingungen werden die Erregerkräfte auf die Struktur durch die Bewegungen der umströmten Struktur gesteuert. Die Wirkung der bewegungsinduzierten

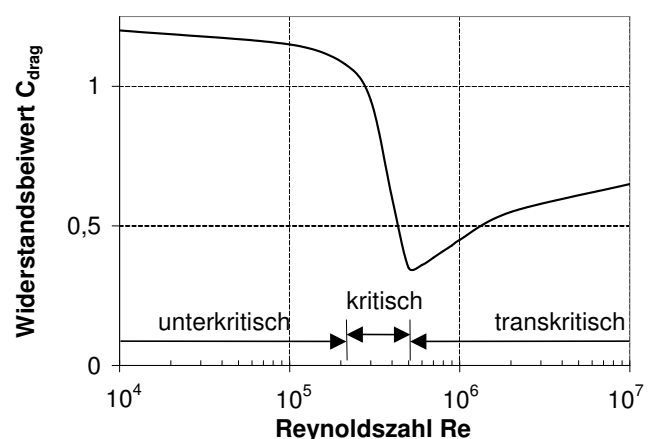
Kräfte bei selbsterregten Schwingungen kann man auch als eine Veränderung der systemeigenen Trägheits-, Dämpfungs-, und Steifigkeitskräfte auffassen. Die Koeffizienten der Bewegungsgleichung sind dabei aus strukturellen und aerodynamischen Anteilen zusammengesetzt. Wirken die selbsterregten Kräfte derart, dass einer der Koeffizienten negativ wird, so wird das System instabil. Beim Galloping z.B. sind die einwirkenden Kräfte proportional zu den Geschwindigkeiten des Systems. Es kommt unter gewissen Bedingungen zu einer negativen aerodynamischen Dämpfung (Kap. 2.3.3.3).

Analytisch können selbsterregte Schwingungen durch homogene Gleichungen beschrieben werden und führen bei Windinduktion auf ein aeroelastisches Stabilitätsproblem. Man unterscheidet dabei zwischen statischer und dynamischer Instabilität. Von statischer Instabilität, auch Divergenz genannt, spricht man bei einer negativen Gesamtsteifigkeit des Systems. Wie beim Stabknicken verringert sich die Steifigkeit mit zunehmender Auslenkung. Wirken die Selbsterregungskräfte proportional zur Geschwindigkeit der Struktur, kann das zu dynamischen Instabilitäten führen. Die Gesamtdämpfung des Systems wird dabei negativ. Die untere Stabilitätsgrenze, bei aeroelastischen Problemen die Einsetzwindgeschwindigkeit, kann durch eine lineare Stabilitätsanalyse bestimmt werden (Scanlan & Tomko, 1971).

### 2.3.3.1 Drag crisis

Selbsterregte Schwingungen an Seilen mit Kreisquerschnitt können durch eine sogenannte drag crisis entstehen (Blevins, 1990). In einem bestimmten kritischen Reynoldszahlbereich kommt es bei Kreisprofilen zu einem plötzlichen Abfall des aerodynamischen Widerstandsbeiwertes. Ist die Windgeschwindigkeit so groß, dass die Reynoldszahl im kritischen Bereich liegt, dann kommt es zu Schwingungen in Anströmrichtung. Bewegt sich das Seil in Windrichtung, so verändert sich die relative Anströmgeschwindigkeit und damit auch die Reynoldszahl, wobei die Reynoldszahl als Quotient des Produktes von der Strömungsgeschwindigkeit und Profildurchmesser und der dynamischen Viskosität des Strömungsmediums definiert ist.

$$Re = \frac{u \cdot D}{\nu} \quad \text{Gl. 2.32}$$

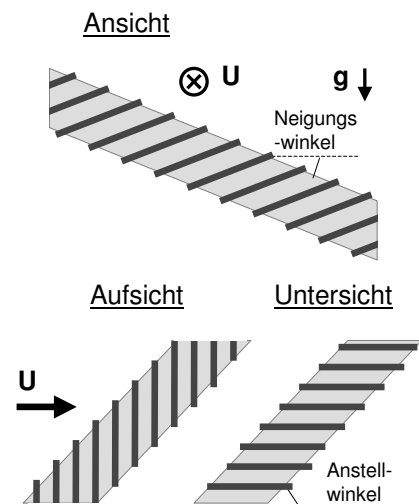


Der Widerstandsbeiwert ändert sich nun **Bild 2.7:** Widerstandsbeiwert eines Kreiszylinders in einer Weise, dass die Bewegungen verstärkt werden. Bei einer Seilbewegung gegen den

Wind würde ein mitbewegter Beobachter eine erhöhte Anströmgeschwindigkeit feststellen. Die relative Anströmgeschwindigkeit wird vergrößert, der Luftwiderstand fällt ab und das Seil wird weiter in seine Bewegungsrichtung beschleunigt (Bild 2.7). Die Erregerkräfte verhalten sich proportional zur Geschwindigkeit des Seiles und können somit als negative Dämpfungskräfte interpretiert werden. Ist die Erregerkraft größer als die Strukturdämpfung, so ist das System insgesamt negativ gedämpft und wird angefacht.

### 2.3.3.2 Spiralseilflattern

Ein Phänomen, das an den kritischen Reynoldszahl reich bzw. der drag crisis gekoppelt ist, ist das so genannte Spiralseilflattern. Ist die Seiloberfläche spiralförmig profiliert wie bei offenen oder umwickel Spiralseilen, dann kann es zu selbsterregten Schwingungen in und quer zur Anströmrichtung kommen. [Anstellwinkel des Windes größer Null liegen einzelnen Litzen auf der Oberseite des Seils in ein anderen Winkel zur Anströmung als die auf Unterseite. Die Litzen mit dem größeren Anstellwinkel zum Wind verursachen einen anderen Ablösepunkt Strömung als die mehr strömungsparallelen der and verschieden auf Unter- und Oberseite. Aufgrund entsteht eine Auftriebskraft quer zur Anströmung. Eine Anfachung tritt aber nur in Verbindung mit einer Bewegung in Windrichtung auf, die wiederum nur im Bereich kritischer Reynoldszahlen möglich ist. Es kommt zur einer Kopplung zwischen der Seilbewegung in Windrichtung und der quer dazu.



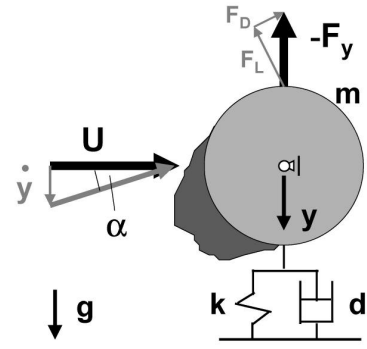
**Bild 2.8:** Spiralseilflattern

### 2.3.3.3 Galloping / Den-Hartog-Instabilität

Bekannteste Form der Selbsterregung bei Seilen ist das Galloping, das sich als niederfrequenten Schwingen von vereisten Überlandleitungen und Abspannseilen beobachten lässt. Notwendig ist dabei eine Störung der Symmetrie des Kreisquerschnittes durch Eisansatz (Novak, 1972).



Beim klassischen Galloping kommt es infolge bewegungs-induzierter Luftkräfte zu starken Seilschwingungen quer zur Anströmrichtung. Die Anfachung resultiert dabei aus der Änderung des relativen Anströmwinkels und den damit verbundenen veränderten Luftkräften. Die aeroelastische Instabilität kann mit Hilfe eines Einfreiheitsgradschwingers erklärt werden (Bild 2.9). Bewegt sich das Seil quer zur Anströmung, so wird für einen mitbewegten Betrachter die Strömung in einem bestimmten Winkel relativ zur vorherigen horizontalen Windrichtung kommen. Dieser relative Anströmwinkel  $\alpha$  ist eine Funktion der Struktur- und der Windgeschwindigkeit. Mit der Annahme kleiner Winkel ergibt sich der Winkel zu



**Bild 2.9:** Galloping-Modell

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\dot{y}}{U}\right) \cong \frac{\dot{y}}{U}. \quad \text{Gl. 2.33}$$

Das unsymmetrische Profil wird nun aus einer anderen Richtung angeströmt und das Strömungsfeld ändert sich derart, dass es zu einer resultierenden Luftkraft kommt, die die Bewegung unterstützt. Die einwirkende Auftriebskraft ist das Produkt aus Staudruck und aerodynamischen Kraftbeiwert, der beim Galloping proportional zu der vertikalen Geschwindigkeit des Profils ist.

$$\begin{aligned} F_y(\alpha) &= -\frac{1}{2} \rho D U^2 C_y(\alpha) \\ &\cong -\frac{1}{2} \rho D U^2 \left( C_{y0} + \frac{dC_y}{d\alpha} \alpha \right) = -\frac{1}{2} \rho D U^2 \left[ C_{L0} - \left( \frac{dC_L}{d\alpha} + C_D \right) \left( \frac{\dot{y}}{U} \right) \right] \end{aligned} \quad \text{Gl. 2.34}$$

$$\begin{aligned} \text{mit} \quad C_y &= C_L \cos \alpha + C_D \sin \alpha \\ &\cong C_L + C_D \alpha \end{aligned}$$

Bei dieser Schwingungsform geht man von quasi-stationären Windkräften aus. Der Ansatz von quasi-stationären Luftkräften und Linearisierungen führen dann zu negativen aerodynamischen Dämpfungskoeffizienten, wenn die Ableitung bzw. Steigung des Auftriebsbeiwertes nach dem Anströmwinkel negative Werte annimmt und betragsmäßig größer als der Widerstandsbeiwert ist (Den Hartog, 1985). Das Den-Hartog-Kriterium für eine aeroelastische Instabilität lautet

$$\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} + C_D < 0. \quad \text{Gl. 2.35}$$

Ist die aerodynamische Dämpfung negativ und größer als die Strukturdämpfung ergibt sich eine negative Gesamtdämpfung und Galloping-Schwingungen setzen nach einer kleinen Störung des Systems ein.

$$m\ddot{y} + \left( d + \frac{\rho DU}{2} \left( \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} + C_D \right) \right) \dot{y} + k_y y = - \frac{\rho DU^2}{2} C_{L0} \quad \text{Gl. 2.36}$$

Für die Analyse von vereisten Abspannseilen und Überlandleitungen reicht im allgemeinen ein lineares Ein-Massen-Modell mit einem Freiheitsgrad aus. Auch die kritischen Windgeschwindigkeiten lassen sich relativ sicher mit dem Den-Hartog-Kriterium vorhersagen, falls die aerodynamischen Beiwerte für die spezifische Geometrie der vereisten Seile bekannt sind. Auch die beobachteten Amplituden lassen sich mit dem Ansatz eines linearen Schwingers und nichtlinearen Luftkräften simulieren. Bei Beachtung der nichtlinearen Abhängigkeit der aerodynamischen Kräfte von dem Anströmwinkel kommt es zu nichtlinearen Phänomenen wie weicher und harter Anregung mit Sprungphänomenen bzw. Hysterese-Effekten (Naudascher, 1990; Parkinson, 1974).

#### 2.3.3.4 Torsionsinstabilitäten und Divergenz

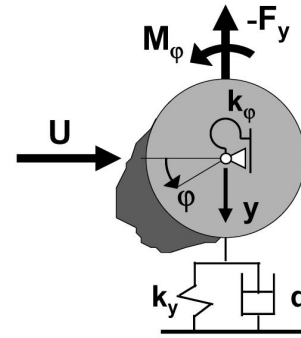
Neben dem klassischen Galloping mit translatorischen Schwingungen quer zur Anströmung sind auch statische sowie dynamische Instabilitäten für den Freiheitsgrad Torsion möglich (Nakamura, 1979). Wie beim Galloping kann es bei entsprechenden Gradienten des Momentenbeiwertes zu negativer Gesamtdämpfung des Systems kommen, wenn die negative aerodynamische Dämpfung die strukturelle übersteigt. Neben dieser dynamischen Instabilität kann es aber auch zu statischer Instabilität, der Torsions-Divergenz, kommen. Dabei wirken die Luftkräfte in Abhängigkeit der Torsionsauslenkung und können bei entsprechenden Beiwerten zu negativer aerodynamischer Steifigkeit führen. Sobald die aerodynamische Anteil größer als der strukturelle ist, wird das System instabil, vergleichbar mit dem Stabknicken.

#### 2.3.3.5 Gekoppelte, aeroelastische Instabilitäten

Die beschriebenen Phänomene Galloping und Divergenz sind Schwingungsformen, wo nur ein Freiheitsgrad bzw. Eigenmode beteiligt ist. Es ist aber auch möglich, dass zwei oder mehrere Schwingungsmoden gleichzeitig auftreten bzw. miteinander gekoppelt sind. Man spricht dann bei Annahme von quasi-stationären Luftkräften von Mehr-Freiheitsgrad-Galloping oder bei Annahme instationärer Luftkräfte vom Flattern (Försching, 1974).

Selbstinduzierte Schwingungen mit Beteiligung mehrerer Freiheitsgrade treten z.B. auch bei Seilbündeln auf (wake-induced flutter).

Flattern ist eine gekoppelte Biege-Torsion-Schwingung wie sie z.B. bei Tragflügeln oder Brückenträgern auftreten können. Beim klassischen Tragflügelflattern führt die Annäherung zweier Systemeigenfrequenzen bzw. Eigenmoden infolge der aerodynamischen Kopplung der Freiheitsgrade zu einer aeroelastischen Instabilität, auch wenn beide einzelnen Moden getrennt für sich betrachtet noch stabil wären.



**Bild 2.10:** 2-FHG-Galloping

Beim Zwei-Freiheitsgrad-Galloping (2-FHG-Galloping) oder auch beim Spiralseilflattern geht man von quasi-stationären Luftkräften aus und vernachlässigt die Instationarität der Umströmung und Strömungskräfte. Beim Galloping mit zwei Freiheitsgraden sind die Translation quer zur Anströmrichtung und die Rotation des umströmten Profils über die aerodynamischen Kräfte miteinander gekoppelt (Blevins & Ivan, 1974). Dabei werden die effektiven Werte für Massen, Steifigkeiten und Dämpfungen des Systems durch die aerodynamischen Kräfte so geändert, dass es zu gekoppelten Schwingungen mit komplexen Verhalten kommt. Analytisch wird das in den unsymmetrischen Strukturmatrizen deutlich.

$$\begin{bmatrix} m & m_{y\theta} \\ J_{\theta y} & J_{\theta} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} d_{yy} & d_{y\theta} \\ d_{\theta y} & d_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_{yy} & k_{y\theta} \\ k_{\theta y} & k_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y \\ \theta \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \rho D U^2 \begin{pmatrix} C_y(x, \dot{x}, \ddot{x}) \\ D \cdot C_m(x, \dot{x}, \ddot{x}) \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 2.37}$$

Wie beim Flattern gleichen sich die Frequenzen der beiden Freiheitsgrade bei bestimmten Windgeschwindigkeiten durch Änderung der aerodynamischen Steifigkeit an. Nimmt man an, dass das System mit den zwei Freiheitsgraden harmonische Schwingungen mit derselben Frequenz ausführen, dann kommt es zu einer Schwingungserregung, wenn die Torsion der Verschiebung um einen bestimmten Phasenwinkel vorausseilt: Durch die komplexe Wechselwirkung von Luftkräften und Strukturbewegungen wird die Bewegung während ihres ganzen Verlaufes durch die Luftkräfte unterstützt.

Interessante Effekte des nichtlinearen Systems wie Grenzyklen, subharmonische, quasi-periodische und chaotische Schwingungen können entstehen (Yu et al., 1993). Im Falle der Grenzyklus-Schwingungen werden die Schwingungen so lange angefacht bis die Amplituden durch Nichtlinearitäten in den Strömungskräften oder der Struktur begrenzt werden. Diese Grenzyklus-Schwingungen entstehen, wenn im Mittel über eine Periode in das System gepumpte Energie gleich der durch Dämpfung dissipierten Energie ist.

### 2.3.4 Regen-Wind-induzierte Schwingungen

Regen-Wind-induzierte Schwingungen werden im nächsten Kapitel ausgiebig beschrieben und auf mögliche Anregungsmechanismen hin untersucht. Das Ergebnis dieser Arbeit vorwegnehmend sind sie den selbsterregten Schwingungen mit Beteiligung mehrerer Freiheitsgrade zuzurechnen (Bild 2.11).

### 2.3.5 Zusammenfassung

In nachfolgenden Diagrammen sind die wind-induzierten Instabilitäten bei Einzelseile nochmals zusammengefasst. Bild 2.6 zeigt die Gliederung der Schwingungen in ihre verschiedenen Anregungsmechanismen. Die verschiedenen Schwingungsformen sind in Bild 2.7 in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit schematisch gegenübergestellt.

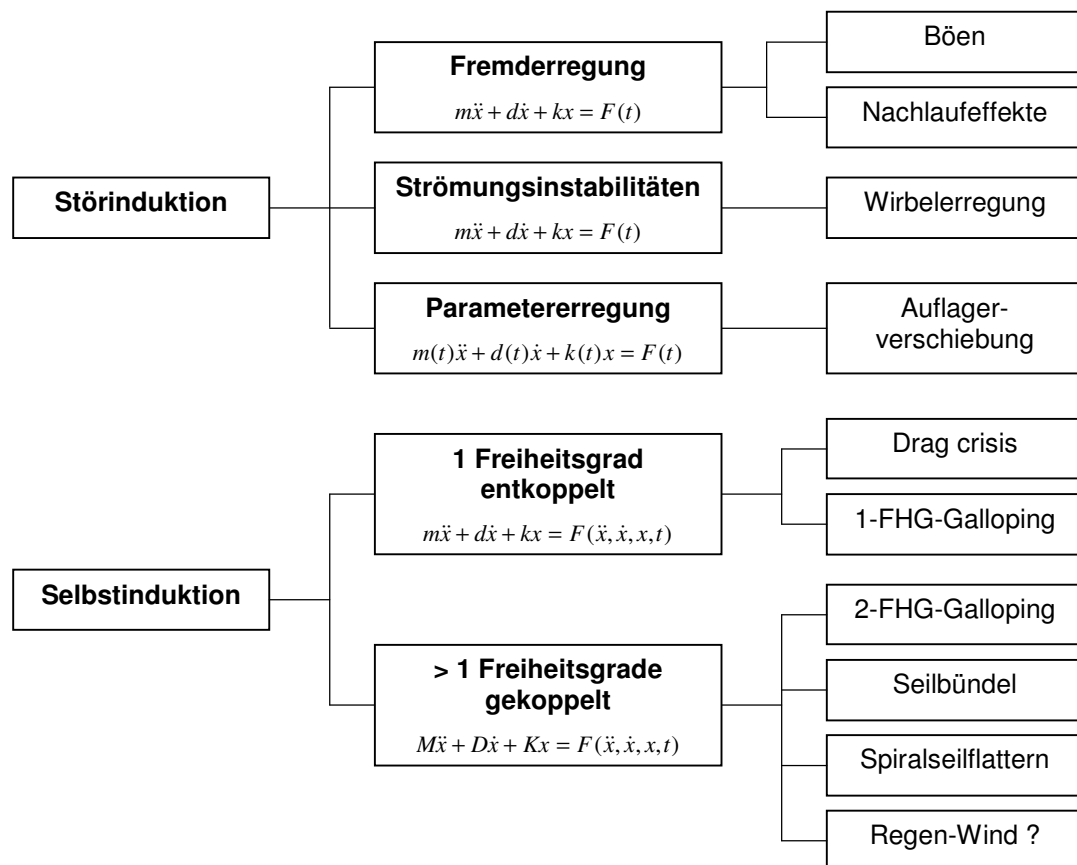
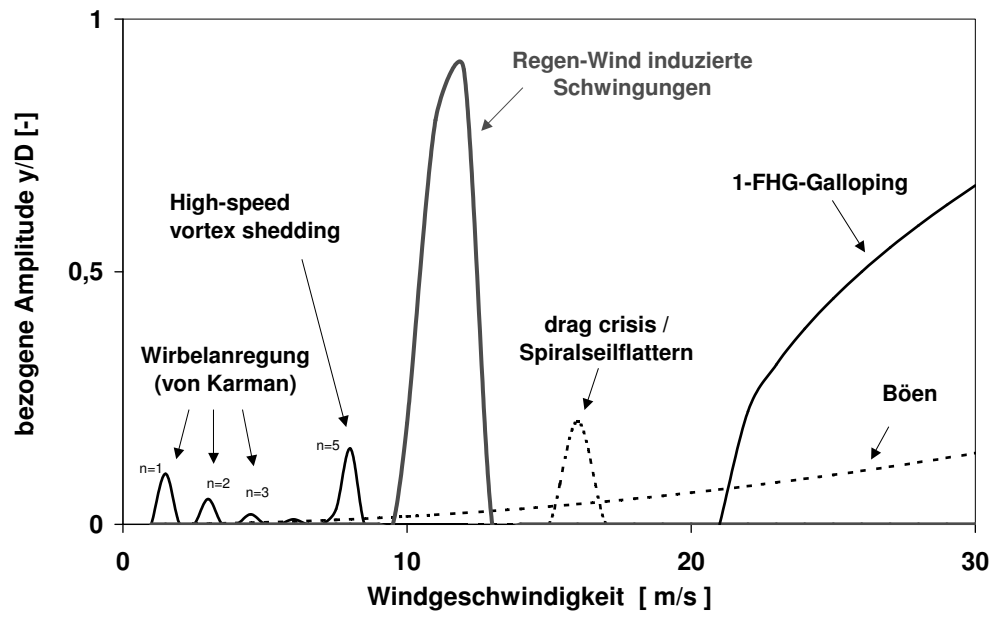


Bild 2.11: Gliederung Anregungsmechanismen bei Seilen



**Bild 2.12:** Schematischer Überblick von Anregungsmechanismen bei Seilen

### **3 REGEN-WIND-INDUZIERTE SCHWINGUNGEN**

Die Merkmale Regen-Wind-induzierter Schwingungen werden in diesem Kapitel vorgestellt. Nach einem kurzen Überblick und Einführung in die Problematik werden die auftretenden Phänomene und der grundlegende Anregungsmechanismus beschrieben. Zum Stand der Forschung werden die Ergebnisse bisheriger Untersuchungen sowie die Einflüsse einzelner Parameter auf das Schwingungsverhalten vorgestellt. Außerdem werden mögliche Anregungsmechanismen und vorhandene Modelle zur Simulation dieser Schwingungsform diskutiert.

#### **3.1 EINFÜHRUNG**

Nachdem Mitte der 1980er Jahre erstmals über starke Seilschwingungen an der Meikonishi Schrägseilbrücke in Japan im Zusammenhang mit dem gleichzeitigen Einwirken von Regen und Wind berichtet worden war (Hikami, 1986), ist in den letzten zwei Jahrzehnten weltweit bei einer Vielzahl von Brücken das neuartige Schwingungsphänomen infolge Regen und Wind beobachtet worden. Zwar waren schon früher immer wieder starke Seilschwingungen an anderen Schrägseilbrücken bei regnerischem Wetter aufgetreten, doch wurden sie nicht in Zusammenhang mit einer neuen Schwingungsform durch Regen und Wind gebracht. Den sogenannten Regen-Wind-induzierten Schwingungen ist in den letzten Jahren mehr Beachtung geschenkt worden, da sie ein bedeutendes Problem mit Auswirkungen auf Gebrauchstauglichkeit, Standfestigkeit und Lebensdauer der betroffenen Brücken darstellen (Poston, 1998). Charakteristisch an diesen Schwingungen ist, dass sie nur dann auftreten, wenn gleichzeitig Wind und Regen auf das Seil einwirken. Die Schwingungen konnten nicht mit bisher bekannten Anregungsmechanismen erklärt werden, so dass ihr Entdecker Hikami von einem neuen Schwingungsmechanismus ausging (Hikami & Shiraishi, 1988). In Untersuchungen an der Meikonishi Brücke und in Windkanalversuchen fand er heraus, dass offensichtlich Regenwasserrinnsale auf der Oberfläche der angeregten Schrägseile für die Schwingungsanregung verantwortlich sind.

Nach der Entdeckung dieses neuartigen Schwingungsmechanismus wurde in den letzten Jahrzehnten über zahlreiche weitere Fälle dieser starken, niederfrequenten Regen-Wind-induzierten Schwingungen berichtet (Matsumoto et al., 1990; Flamand, 1994 et al.). Die Regen-Wind-induzierten Schwingungen treten an schwach gedämpften, geneigten Bauteilen mit kreisförmigem Querschnitt, wie Seilen von Schrägseilbrücken oder auch Hängern von Stabbogenbrücken auf. Mögliche Anregungsmechanismen dieser Schwingungen wurden

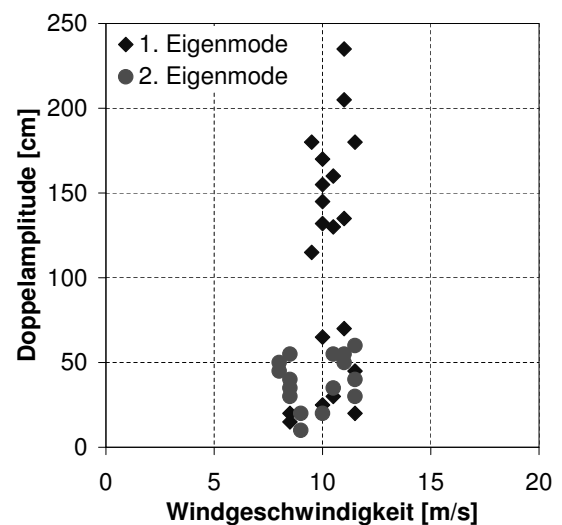
weltweit erforscht. Dabei sind Feldmessungen an Originalbauten und theoretische Studien im Vergleich zu der Anzahl von Windkanalversuchen sehr limitiert. Die bisherigen Forschungsaktivitäten haben vor allem zu einem besseren Verständnis der Komplexität der Phänomene geführt, sowie zur Beschreibung der verschiedenen Einflussparameter. Die genauen Anregungsmechanismen dieser komplexen Interaktion von Seil, Wind und Regen sind bis heute immer noch weitgehend unbekannt. Es wurden einige Modelle zur Beschreibung der Schwingungen vorgeschlagen, es existiert aber bisher kein theoretisches Modell, das die auftretenden Phänomene erschöpfend erklären kann. Insbesondere die Entstehung und Bedeutung des beobachteten oberen Regenwasserrinnsals wurde bisher nur phänomenologisch beschrieben, ein Modell dafür existiert nicht. Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung eines analytischen Modells zur Klärung des Anregungsmechanismus und zur Beschreibung der Schwingungen. Das neu entwickelte Modell wird in Kapitel 4 vorgestellt.

### 3.2 PHÄNOMENOLOGIE

Regen-Wind-induzierte Schwingungen sind ein komplexes Phänomen, das in verschiedenen Formen beobachtet worden ist. Es wird im folgenden der heutige Stand der Forschung zusammengefasst, wobei das Wissen durch weltweite Forschungsvorhaben ständig erweitert wird. Die hier vorgestellten Merkmale der Schwingungen sind als ein Überblick zu verstehen, zu einzelnen Punkten und Details gibt es in der Literatur widersprüchliche Angaben.

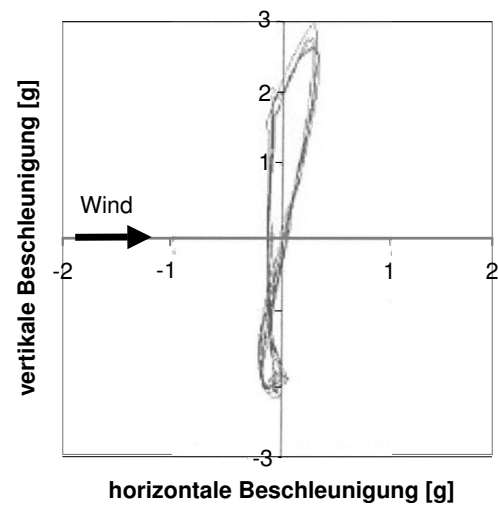
#### 3.2.1 Merkmale Regen-Wind-induzierter Schwingungen

Charakteristisches Merkmal Regen-Wind-induzierter Schwingungen ist, dass sie nur in Verbindung mit dem gleichzeitigen Einwirken von Wind und Regen entstehen. Einzelne Seile schwingen dabei mit großen Amplituden in einer der niederfrequenten Seileigenformen. Regen-Wind-induzierte Schwingungen treten nur in einem begrenzten Windgeschwindigkeitsbereich auf und nur bei bestimmten Anströmrichtungen des Windes. Die Regenmenge ist bei der Anregung nicht von entscheidender Bedeutung.



**Bild 3.1:** Amplituden (Matsumoto, 2000)

Die Schwingungsamplituden von Regen-Wind-induzierten Schwingungen an Schrägseilbrücken können ein Mehrfaches des Seildurchmessers betragen (Bild 3.1). Amplituden von über zwei Metern wurden z.B. an Seilen der Tenpozan-Brücke in Japan gemessen (Matsumoto, 2000). Die Seile schwingen dabei meist in vertikaler Richtung. Diese Schwingungen quer zur Windanströmungsrichtung überlagern sich mit horizontalen Bewegungen, so dass es zu ellipsenförmigen, aber auch chaotischen Orbits kommen kann. Exemplarisch ist dies in Bild 3.2 gezeigt, wo der Schwingungsorbit eines betroffenen Schrägseiles an der Fred Hartman Brücke in Houston/USA dargestellt ist, wie er aus Beschleunigungsmessungen ermittelt wurde (Main & Jones, 1999). Die Amplituden in Hauptschwingungsrichtung quer zum Wind sind dabei sehr viel größer als die in Windrichtung.



**Bild 3.2:** Schwingungsorbit  
(Main & Jones, 1999)

Die Seile werden bei Regen-Wind-induzierten Schwingungen meist in einer der ersten drei Eigenformen angeregt. Die entsprechenden Eigenfrequenzen bei Schrägseilen an Brücken liegen zwischen ca. 0,5 Hz und 3 Hz, wobei vorwiegend Frequenzen um 1 Hz auftraten (Virlogeux, 1998). Es wird meist von monofrequenten Seilschwingungen an den betroffenen Brücken berichtet. Untersuchungen in den USA zeigen, dass aber auch mehrere Schwingungsmoden beteiligt sein können (Main & Jones, 1999). Es wurde Anregung von verschiedenen Seilen von der ersten bis zur siebten Eigenfrequenz beobachtet. Sowohl in Feldbeobachtungen als auch in Windkanalversuchen wurde deutlich (Saito et al., 1994), dass der kritische Windgeschwindigkeitsbereich, in dem die Schwingungen auftreten, unabhängig von der Seileigenfrequenz ist (Bild 3.1).

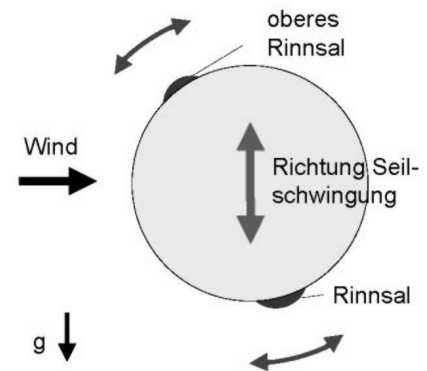
### 3.2.2 Grundlegender Mechanismus

Bei dem aero-hydro-elastischen Problem der Regen-Wind-induzierten Schwingungen interagiert die Struktur mit den zwei Fluiden Luft und Wasser (Ruscheweyh, 1999). Regentropfen treffen auf die Oberseite des Seiles, werden aufgrund der Adhäsion infolge der Grenzflächenspannungen auf der Oberfläche gehalten und fließen einzeln oder konzentriert in Rinnsalen an dem Seil herunter. Das Strömungsprofil wird nun durch diese Regenwasserrinnsale derart verändert, dass es unter bestimmten Bedingungen zu einer Schwingungsanregung kommt.



Dabei sind sowohl Regenrinnsale, die in Abständen seitlich am Seil in vertikaler Richtung herunterfließen, beobachtet worden als auch zwei Rinnsale in Richtung der Seilachse. Ein axiales Rinnsal auf der Unterseite des Seils entwickelt sich aufgrund der Gravitation (Bild 3.3). Ober- und Grenzflächenspannungen bewirken eine Adhäsionskraft, die das Rinnsal am Seil hält (Kap. 3.2.4). Windkräfte verschieben dieses untere Rinnsal leewärts.

Besonders starke Schwingungen quer zur Windanströmung treten immer dann auf, wenn neben dem unteren Rinnsal noch ein zweites Rinnsal auf der Oberseite des Seiles existiert. Dieses obere Rinnsal ist ein wenig in den Wind geneigt (Bild 3.3). Seine genaue Lage ist abhängig von der Seilneigung, der Richtung und Geschwindigkeit des Windes. Dabei wirken Wind- und Gewichtskräfte derart, dass das Rinnsal in einer oberen statischen Gleichgewichtslage gehalten wird (s. Kap. 3.2.4). In Windkanalversuchen wurde beobachtet, dass sich dieses obere Rinnsal erst ab einer bestimmten Windgeschwindigkeit entwickelt (Bosdogianni & Olivari, 1996). Für die Entstehung von Regen-Wind-induzierten Schwingungen ist die Existenz dieses zweiten Regenrinnsals auf der Oberseite des Seiles von entscheidender Bedeutung (Yamaguchi, 1990).

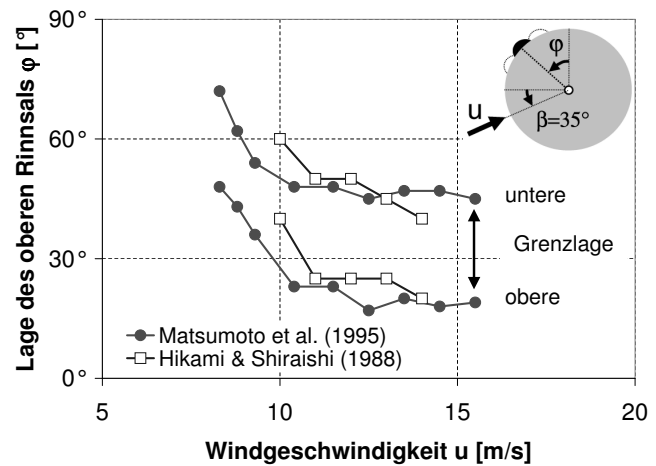


**Bild 3.3:** Regenrinnsale und Seil im Querschnitt

Schwingt das Seil, ändern auch die beiden Wasserrinnsale ihre Lage. Aufgrund der Kopplung mit dem Seil über Massenträgheitskräfte bewegen sich die Rinnsale auf der Seiloberfläche in der Frequenz der Seilschwingungen (Bild 3.4). In einem bestimmten Windgeschwindigkeitsbereich stehen die Rinnsale auf der Ober- und Unterseite des Seils im dynamischen Gleichgewicht aus den kombinierten Einwirkungen aus Adhäsion, Schwerkraft, Trägheits- und Windkräften sowie dem Scherwiderstand zwischen Rinnsal und Seiloberfläche (Kap. 3.2.4). Die translatorischen Bewegungen des Seiles, die den effektiven Anströmwinkel und die effektive Windgeschwindigkeit ändern, und die Tangentialbewegungen der Rinnsale, die zu einer kontinuierlichen Veränderung des Strömungsprofils führen, verursachen einen zyklischen Wechsel des Strömungsfeldes bzw. der aerodynamischen Kräfte auf das Seil. Die aerodynamischen Kräfte auf das Schrägseil wirken in Bewegungsrichtung des Seiles, d.h. die Strömungskräfte werden durch die Strukturbewegungen derart verändert, dass es bei bestimmten Bedingungen zu einem Energieeintrag in das System, und damit zu einer Schwingungsanregung kommt. Die Amplituden der Seilschwingungen können dabei ein Mehrfaches

des Seildurchmessers betragen. Die Rinnsale bewegen sich in der Frequenz der Seilschwingung um ihre stationäre Lage mit einer Amplitude von bis zu  $\pm 20^\circ$  (Bild 3.4).

Der Großteil der Untersuchungen zu Regen-Wind-induzierten Schwingungen berichtet über starke Querschwingungen von Seilen nur in Verbindung mit der Bildung eines zweiten oberen Rinnsals auf der Seiloberfläche (Hikami &



**Bild 3.4:** Bewegungen des oberen Rinnsals (Hikami, 1988; Matsumoto, 1995)

Shiraishi, 1988; Flamand, 1995; Bosdogianni & Olivari, 1996 et al.). Die Untersuchungen zeigen, dass dabei das obere Rinnsal die entscheidende Rolle bei der Schwingungsanfachung spielt. Das untere Rinnsal hat einen eher schwingungs-dämpfenden Charakter. Die Forschungsaktivitäten konzentrierten sich daraufhin auf das obere Rinnsal und vernachlässigten der Einfluss des unteren Rinnsals.

### 3.2.3 Schwingungstypen

Neben diesen häufigsten Schwingungen mit zwei Rinnsalen quer zur Anströmrichtung beobachtete Verwiebe in Windkanalversuchen zwei weitere Formen Regen-Wind-induzierter Schwingungen (Verwiebe, 1996). Je nach Randbedingungen entdeckte er verschiedene Schwingungstypen mit Seilschwingungen in und quer zur Windrichtung mit unterschiedlichen Rinnsalkonfigurationen:

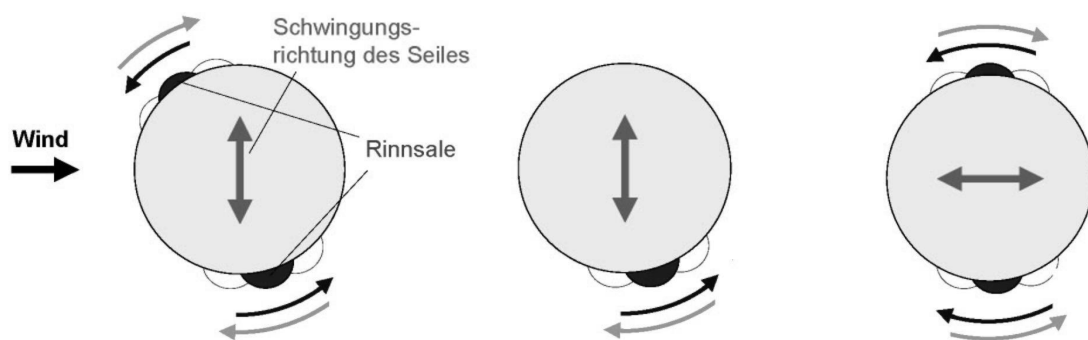
- Schwingungen quer zur Anströmrichtung mit unteren und oberen Rinnsal
- Schwingungen quer zur Anströmrichtung mit unterem Rinnsal
- Schwingungen in Anströmrichtung mit zwei Rinnsalen

In Übereinstimmung mit Feldbeobachtungen stellte Verwiebe die stärksten Schwingungen quer zur Anströmung mit unteren und oberen Rinnsal fest. Die beiden Rinnsale auf der Oberfläche des Seils bewegen sich dabei gleichläufig bzw. unsymmetrisch in der Frequenz der Seilschwingungen (Bild 3.5).

Unter gewissen Bedingungen entdeckte Verwiebe außerdem Querschwingungen mit nur einem unteren Rinnsal. Die Schwingungsamplituden diesen Typs sind aber sehr viel kleiner

und widersprechen Windkanalversuchen und Feldbeobachtungen, wo Anregung bei den untersuchten Schrägseilkabeln nur mit ausgebildeten oberen Rinnsal auftrat.

Bei einer Windrichtung parallel zur Seilebene berichtet Verwiebe neben Querschwingungen auch über Schwingungen hauptsächlich in Anströmrichtung. Die beiden Rinnsale bewegen sich dabei gegenläufig bzw. in symmetrischer Weise. Schwingungen ausschließlich in Anströmrichtung mit zwei Rinnsalen sind bisher nur bei großen Neigungswinkeln bzw. nahezu vertikalen Seilen wie bei Hängern von Bogenbrücken beobachtet worden. Für die flacher gespannten Schrägseile an Brücken wurde über diese Schwingungsform noch nicht berichtet.



**Bild 3.5:** Schwingungstypen (nach Verwiebe, 1996)

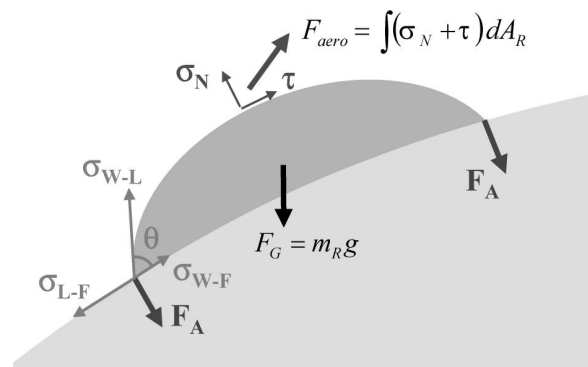
Im folgenden werden ausschließlich Regen-Wind-induzierte Schwingungen von Schrägseilen untersucht, bei denen ein oberes Rinnsal auftritt. Windkanalversuche und Feldmessungen zeigen, dass die Anregung von einer Vielzahl von Größen abhängt. Einige Einflussparameter wie z. B. die Geschwindigkeit und Richtung des Windes werden im nächsten Kapitel erörtert. Mögliche Anregungsmechanismen werden im folgenden Kap. 3.3 diskutiert.

### **3.2.4 Betrachtungen zum Regenwasserrinnsal**

Wie dargelegt, haben die Regenwasserrinnsale entscheidende Bedeutung für die Entstehung von Regen-Wind-induzierten Seilschwingungen. Im folgenden werden grundlegende Betrachtungen zu den Rinnsalen in stark vereinfachter Form gemacht. Dabei wird ein ruhendes Rinnsal auf der Oberfläche eines nicht bewegten Seiles betrachtet. Das Rinnsal ist aus einzelnen Regentropfen entstanden, die auf der Seiloberfläche herunterlaufen und sich aufgrund der Oberflächenspannung in einem Rinnsal vereinigt haben. Die Rinnsale sind sehr komplexe, dynamische Systeme, deren Massen und Form sich, z.B. durch Abspritzen, ständig

ändern. Die Form und Größe des Rinnsals sind darum schwer zu bestimmen, da sie u.a. abhängig von der Zeit bzw. Strömungskräften und von der Lage des Rinnsals auf dem Profilquerschnitt sind.

Die Adhäsionskraft, die das Rinnsal auf der Seiloberfläche hält, kann über Gleichgewichtsbe-  
trachtungen abgeschätzt werden (Gerthsen, 1995). Aufgrund der Grenzflächenspannungen  
zwischen Wasser und Luft ( $\sigma_{W-L}$ ), Luft und Seiloberfläche ( $\sigma_{L-F}$ ), und zwischen Wasser und  
Seiloberfläche ( $\sigma_{W-F}$ ) und dem Randwinkel  $\theta$  ergibt sich eine Adhäsionskraft  $F_A$ , die das  
Rinnsal auf der Oberfläche hält (Bild 3.6). Neben der Gewichtskraft  $F_G$  der Rinnsalmasse  
wirken weiterhin aerodynamische Kräfte aus der Umströmung auf das Rinnsal ein. An der  
Grenzfläche zwischen Rinnsal und Luftumströmung kommt es zu einer Wechselwirkung  
zwischen den beiden Fluiden. Die Strömungskraft  $F_{aero}$  aus der Umströmung setzt sich dabei  
aus dem Integral von Schub- und Normalspannungen an der Oberfläche des Rinnsals  
zusammen. Der Strömungsdruck wirkt normal zur Rinnsaloberfläche, die Scherkräfte infolge  
der viskosen Grenzschicht verursachen  
tangente Kräfte auf das Rinnsal. Die  
Instationarität der Windkräfte führt zu  
Bewegungen des Rinnsals bzw. zu einer  
Veränderung der Rinnsalform. Betrachtet  
man nur den stationären Zustand, so wirken  
die erwähnten Kräfte auf das Rinnsal derart,  
dass sich das Rinnsal im statischen Gleich-  
gewicht befindet (Bild 3.6).



**Bild 3.6:** Kräfte am stationären Rinnsal

Komplizierter wird der Fall, wenn aufgrund der Seil- und Rinnsalbewegungen noch dynami-  
sche Einflüsse hinzukommen. Es wirken dann zusätzlich Trägheitskräfte bzw. Fliehkräfte auf  
die Rinnsalmasse. Außerdem wird es aufgrund der Viskosität des Regenwassers zu einem  
Scherwiderstand zwischen Rinnsal und Seiloberfläche sowie zu Strömungen innerhalb des  
Rinnsals kommen. Das Rinnsal oder Teile davon könnten dann z.B. aufgrund zu großer  
Beschleunigung bzw. Fliehkräfte vom Seil abspritzen.

Eine genauere Betrachtung der beiden Fluide Regen und Wind, sowie deren Interaktion  
untereinander und mit der Seilstruktur wird hier aufgrund der Komplexität des Problems nicht  
gemacht. Das Rinnsal wird in diesem Modell mittels empirischer Werte phänomenologisch  
beschrieben. Die Rinnsalmasse, Form und der Scherwiderstand zwischen Rinnsal und  
Seiloberfläche wurden in Versuchen ermittelt.

### 3.3 STAND DER FORSCHUNG

#### 3.3.1 Bisherige Untersuchungen

Nachdem Hikami die Regen-Wind-induzierten Schwingungen an der Meiko Nishi Brücke in Japan entdeckt hatte, gab es zahlreiche Forschungsaktivitäten zu dem Thema. Während sich anfangs die Nachforschungen vor allem auf Japan konzentrierten, wird wegen anhaltender Berichte von Regen-Wind-induzierten Schwingungen auch in zahlreichen anderen Ländern mittlerweile weltweit an diesem Thema geforscht. Der Forschungsschwerpunkt liegt auf Schrägseilbrücken, wobei aber auch Schwingungen an fast vertikalen Hängern von Stabbo- genbrücken und anderen Abspannseilen beobachtet und untersucht wurden. Zur Identifizierung des Anregungsmechanismus und zur Entwicklung von adäquaten Gegenmaßnahmen dieser Regen-Wind-induzierten Schwingungen wurden Messungen an den betroffenen Bauwerken und Windkanalversuche durchgeführt. Verglichen mit der Anzahl von experimentellen Untersuchungen durch Windkanalversuche sind Feldmessungen an Originalbauten und theoretische Studien zu dem Thema sehr limitiert. In diesem Kapitel werden ausgewählte Untersuchungen vorgestellt, die auch bei späterer Validierung des Modells als Vergleich dienten. Die Ergebnisse der präsentierten Untersuchungen sind in Kapitel 3.3.2 zusammengefasst.

Hikami erkannte, dass es sich bei den Schrägseilschwingungen infolge Regen und Wind an der Meiko Nishi Schrägseilbrücke in Nagoya/Japan um eine neue Anregungsform handelte (Hikami & Shiraishi, 1988). Die Schwingungen wurden nach dem ersten Auftreten über einen Zeitraum von 5 Monaten durch Messungen an der Brücke untersucht. Dabei wurde die Bedeutung des Regens bzw. der sich bildenden Regenrinnsale auf die Schwingungen aufgedeckt und charakteristische Merkmale dieser Schwingungsform beobachtet. Hikami und Shiraishi berichteten über starke, niederfrequente Schwingungen einzelner Seile mit Amplituden über 50 cm. Die Schwingungen traten dabei nur in Verbindung mit dem gleichzeitigen Einwirken von Regen und Wind auf. Die betroffenen Seile waren mit einem Hüllrohr aus HDPE (high density polyethylen) ummantelt und schwingen hauptsächlich in vertikaler Richtung. Meist waren es monofrequente Schwingungen in einer der ersten vier Eigenfrequenzen. Die Instabilitäten traten nur in einem begrenzten Geschwindigkeitsbereich und bei bestimmten Windrichtungen auf. In den Feldbeobachtungen entdeckte man ein Regenrinnsal, das auf der Unterseite der Seile herunterfloss und sich in der Frequenz der Seilschwingungen hin- und herbewegte.

Den Feldmessungen angeschlossen wurden Versuche im Windkanal. Dazu wurde ein schwingfähiges Seilteilmodell in einem Windkanal künstlich mit Wasser beregnet. Dabei

beobachtete man erstmals, dass sich ab einer gewissen Windgeschwindigkeit neben dem unteren Rinnsal noch ein zweites Rinnsal auf der Oberseite des Seiles entwickelte. Nur wenn sich dieses obere Rinnsal bildete, kam es auch zu einer Schwingungsanregung. Die beiden Rinnsale bewegen sich dabei in der Frequenz der Seilschwingungen. Die Schwingungen traten nur in einem begrenzten Windgeschwindigkeitsbereich auf, der unabhängig von der Eigenfrequenz des Modells ist. Die Lage der Rinnsale wurde sowohl am statisch aufgehängten Modell als auch am schwingendem Modell gemessen (Bild 3.4).

Als mögliche Anregungsmechanismen kamen weder Wirbelerregung noch andere bis dahin bekannte Mechanismen in Frage. Für Wirbelerregung waren die Schwingungen zu niederfrequent und hatten zu große Amplituden. Eine klassische Galloping-Instabilität aufgrund des unsymmetrischen Strömungsquerschnittes infolge der Rinnsale konnte den begrenzten Geschwindigkeitsbereich nicht erklären. Hikami folgerte, dass die Bewegung des oberen Rinnsals einen entscheidenden Einfluss bei der Entstehung der Schwingungen spielen müsse, ähnlich wie bei gekoppelten 2-FHG-Galloping von vereisten Stromleitungen. Als Gegenmaßnahme wurden die Seile der Brücke untereinander verspannt. Die Schwingungen traten daraufhin nicht mehr auf.

Nachfolgende Untersuchungen bestätigten weitgehend die Erkenntnisse aus den ersten Untersuchungen von Hikami, der den fundamentalen Mechanismus der Schwingungsanregung und die Bedeutung der Regerrinnsale und deren Bewegungen erstmals aufdeckte.

Mehrere Untersuchungen zu dem Thema führte Matsumoto aus Japan durch (Matsumoto et al., 1994, 1995, 1999). Neben Messungen an verschiedenen Schrägseilbrücken in Japan führte er u.a. eine Serie von Windkanalversuchen durch, in denen auch andere Einflussparameter wie z. B. Windanströmwinkel und Seilneigung untersucht wurden. Die Untersuchungen verdeutlichten die Rolle des oberen Rinnsals bei der Instabilität. In den Messungen an verschiedenen Seilbrücken und Einzelseilen im natürlichen Windfeld traten u.a. auch gekoppelte Schwingungen in vertikaler und horizontaler Richtung auf. An Brückenseilen beobachtete er auch chaotische Schwingungen mit z.T. heftigen Schlagbewegungen (beat-vibrations). In Windkanalversuchen traten mehrere Schwingungsformen in Abhängigkeit von den Randbedingungen auf. So ergaben sich neben der typischen Instabilität, die auf einen schmalen Windgeschwindigkeitsbereich begrenzt ist, auch Schwingungen divergenten Typs, die ab einer relativ hohen Windgeschwindigkeit einsetzen und nicht geschwindigkeitsbegrenzt sind.

Matsumoto entdeckte, dass durch den drei-dimensionalen Charakter der Umströmung bei geneigten Seilen eine axiale Strömung und axiale Wirbel im direkten Nachlauf des Kabels

entstehen können. Die axiale Strömung hinter dem Seil hält er für eine Ursache der aeroelastischen Instabilität. Die axiale Strömung soll vergrößerte Ablösewirbel verursachen, die in der Eigenfrequenz des Seiles wirken und zu einer Resonanzerscheinung wie bei der Wirbelerregung nach Karman führen. Auch ohne Regenrinnsal ist diese Instabilität durch dreidimensionale Wirbelablösung möglich und weist eine hohe Ähnlichkeit mit Regen-Wind-induzierten Schwingungen auf, wenn auch mit viel kleineren Amplituden. So tritt auch bei diesen Schwingungen eine geschwindigkeitsbegrenzte Antwort auf, wenn auch erst bei hohen reduzierten Windgeschwindigkeiten (high-speed vortex-shedding). Er geht darum davon aus, dass die axiale Strömung hinter dem Seil Hauptverursacher für die Anregung ist und die Rinnsale diesen Effekt und damit die Schwingungen nur verstärken. Zusammen mit Hikami und Kitazawa betrachtet er die Regen-Wind-Schwingungen als geschwindigkeitsbegrenzte Anregungsform, die stark mit der veränderten dreidimensionalen Strömung bzw. Wirbel im Nachlauf des Seils zusammenhängt. Verschiedenen Gegenmaßnahmen wurden von ihnen entwickelt und zusammengefasst (Matsumoto et al., 1995). Dabei soll durch die aerodynamische Gegenmaßnahmen zur Stabilisierung der Seile nicht in erste Linie die Bildung eines oberen Rinnsals bzw. dessen Bewegung verhindert werden, sondern die Bildung der dreidimensionalen Strömung im Nachlauf.

Im Vorfeld der Errichtung der Higashi-Kobe Brücke in Japan führte Matsumoto zusammen mit Saito Windkanalversuche durch, um die Schwingungsgefährdung der Seile durch Regen und Wind zu untersuchen (Saito et al., 1994). Darin wurde der Einfluss der Seildämpfung und des Turbulenzgrades der Anströmung aufgezeigt. Ein höherer Turbulenzgrad des Windes scheint die Seile zu stabilisieren. Außerdem wurden aufgrund der Untersuchungen erstmals Schrägseile durch eine aerodynamische Maßnahme gegen Regen-Wind-induzierte Schwingungen geschützt. Das verwendete Polyethylen-Hüllrohr wurde mit longitudinalen, parallelen Störstreifen versehen, so dass es zu keinerlei Schwingungen der Seile an dieser Brücke kam.

Aerodynamische Gegenmaßnahmen wurden u.a. auch von Kobayashi entwickelt und untersucht (Kobayashi et al., 1994). Durch Strukturierung der Seiloberfläche wird dabei Rinnsalbildung auf der Seiloberseite verhindert, so dass es zu keiner Instabilität durch Regen-Wind-induzierte Schwingungen kommt.

Flamand untersuchte in Windkanalversuchen die Bedeutung des Verschmutzungsgrades der Seiloberfläche und den Einfluss einer spiralförmigen Umwicklung des Seiles (Flamand, 1994). Er unterstrich nochmals die zentrale Bedeutung des oberen Rinnsals bei der Entstehung der Schwingungen. Seile mit einer sehr sauberen PE-Oberfläche zeigten in seinen Versuchen keine Instabilitäten. Erst bei einer leichten Verschmutzung der Seiloberfläche

durch Kohlestaub setzten Schwingungen ein. Eine spiralförmige Umwicklung in einem Abstand von 30 cm genügte, um die Bildung eines oberen Rinnsals und damit auch Regen-Wind-induzierte Schwingungen zu verhindern. Diese aerodynamische Gegenmaßnahme ähnlich den Scruton-Wendeln an Schornsteinen wurde bei der Normandie Brücke erfolgreich angewandt.

Ein erstes analytisches Modell stellte Yamaguchi 1990 vor (Yamaguchi, 1990). Er untersuchte auf Grundlage der quasi-stationären Streifentheorie mögliche Anregungsmechanismen der Regen-Wind-induzierten Schwingungen. In Windkanalversuchen bestimmte er die stationären Windkräfte auf ein Seilteilstück, auf dessen Oberfläche ein künstlicher, axialer Störstreifen aus Draht zur Simulierung des oberen Rinnsals angebracht war. Yamaguchi zeigte, dass es sich bei den Schwingungen um eine bewegungsinduzierte Instabilität handelt, bei der die Bewegung des oberen Rinnsals eine Rolle spielt. Nur ein Modell, in dem die Kopplung von Seil- und Rinnsalbewegungen mit den Windkräften beachtet wird, kann die Schwingungen erklären. Klassisches 1-FHG-Galloping in Querrichtung nach dem Den-Hartog-Kriterium wie sie von anderen Autoren vorgeschlagen wurde, kann die Schwingungen seiner Meinung nach nicht korrekt beschreiben.

Neben den bisher vorgestellten meist experimentellen Untersuchungen gibt es weitere Veröffentlichungen über Regen-Wind-induzierte Schwingungen an Originalbauwerken wie der Erasmusbrücke in Rotterdam (Geurts, 1999) oder der Yangpu Brücke in Shanghai (Gu & Lu, 2000). Die bislang umfangreichsten und detailliertesten Untersuchungen zu Regen-Wind-induzierten Schwingungen an Schrägseilbrücken werden z.Z. in den USA durchgeführt (Main & Jones, 1999). Seit 1997 läuft ein Messprogramm an drei Schrägseilbrücken, um die Seilschwingungen infolge Regen und Wind näher zu untersuchen. Darin werden die Schwingfrequenzen und Amplituden der Seile über Beschleunigungsaufnehmer gemessen. Neben den Windeigenschaften wie Windrichtung und Windgeschwindigkeit wird auch der Einfluss der Regenintensität auf die Anregung erforscht.

Die meisten Untersuchungen und Berichte konzentrieren sich auf Seile an Schrägseilbrücken. Doch 1993 wurden auch an fast vertikalen Hängern der Stabbogenbrücke Dömitz starke Regen-Wind-induzierte Schwingungen beobachtet, die zu Rissen in den Hängern über der unteren Einspannstelle führten (Ruscheweyh & Verwiebe, 1995). In Abhängigkeit von Windgeschwindigkeit und Windrichtung wurden dabei auch Schwingungen in Anströmrichtung beobachtet. Darauf folgende experimentelle Untersuchungen zeigten drei verschiedene Schwingungsformen von Regen-Wind-induzierten Schwingungen (s. Kap. 3.2.2). Dabei wurde ein einseitig eingespanntes Plexiglasrohr mit Wassertropfen beaufschlagt und sowohl



das Verhalten des Hängermodells als auch die Bewegungen der Rinnsale im Windkanal beobachtet.

Neben Instabilitäten von Brückenseilen wurden auch Schwingungen von dünneren Abspannseilen in Verbindung mit Regen und Wind beobachtet. In dieser Arbeit wird sich auf Seile mit Durchmessern, wie sie im Brückenbau auftreten, konzentriert.

### 3.3.2 Bedingungen und Einflussgrößen

Nachdem im vorherigen Kapitel 3.3.1 einige Untersuchungen zum Thema Regen-Wind-induzierte Schwingungen vorgestellt wurden, werden in diesem Kapitel die Ergebnisse der bisherigen Untersuchungen zusammengefasst. Es werden die beobachteten Phänomene und die Bedingungen bzw. Voraussetzungen für das Auftreten von Regen-Wind-induzierten Schwingungen beschrieben. Dabei ist zu beachten, dass die hier aufgeführten Bedingungen nicht absolut notwendig für das Auftreten der Schwingungen sind, da die Schwingungen stark von den jeweiligen örtlichen Gegebenheiten abhängen und Generalisierungen aufgrund teilweise widersprüchlicher Angaben schwer zu machen sind. Es besteht trotz der bisherigen Untersuchungen weiterhin eine Wissenslücke in der Gesamtliste von Einflussparametern bei Regen-Wind-induzierten Schwingungen.

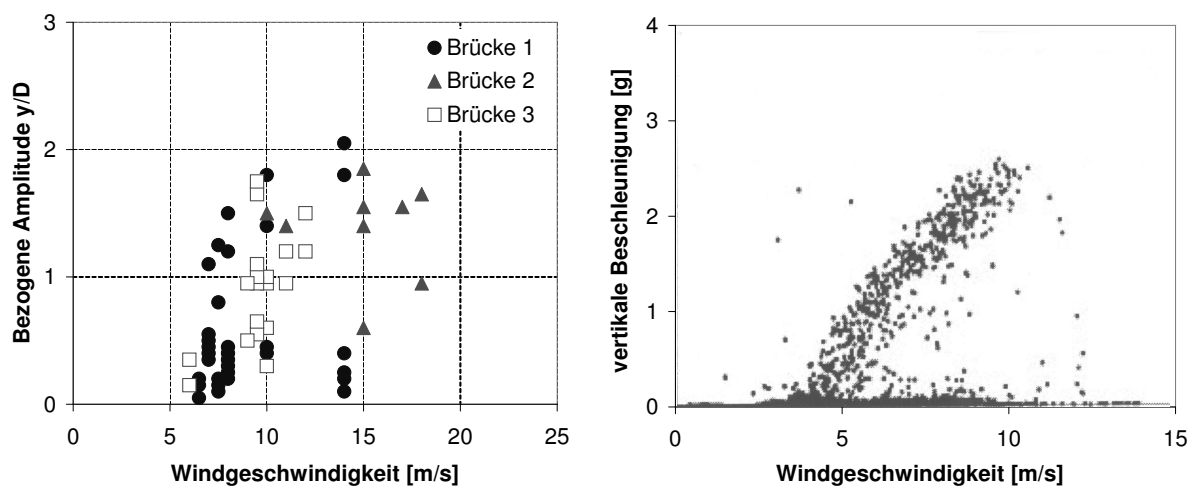
#### 3.3.2.1 Regen und Rinnsal

Eine notwendige Voraussetzung für die Entstehung von Regen-Wind-induzierten Schwingungen ist der Regenaufschlag auf das Seil. Die auf das Seil auftreffenden Regentropfen werden durch die Grenzflächenspannungen auf der Seiloberfläche gehalten, fließen am Seil herunter und vereinigen sich ab einer gewissen Sammelänge in Rinnsalen. Ausschlaggebend ist, dass eine ausreichende Regenmenge zur Bildung und Aufrechterhaltung der charakteristischen Regenwasserrinnsale auf der Seiloberfläche vorhanden ist. Die Regenintensität ist für die Entstehung der Instabilität nicht von entscheidender Bedeutung. Beobachtungen zeigen, dass schon stärkerer Nieselregen diese Schwingungen verursachen kann. Schwingungen wurden bei Nieselregen mit geringen Regenmengen von ca. 0,05 mm/min bis zu sehr starkem Regenfall von bis zu 1,4 mm/min Regen beobachtet. In den Untersuchungen von Main und Jones kam es bei moderatem Regen mit bis zu 0,5 mm/min zu monofrequenten Seilschwingungen in der Seilebene, während bei stärkerem Regen mehrere Eigenmoden beteiligt waren und es zu komplexen räumlichen Schwingungen kam (Main & Jones, 1999). Sehr starker Regen kann dazu führen, dass der Anregungsmechanismus zusammenbricht und keine

Seilschwingungen mehr beobachtet wurden. Wird die Seiloberfläche z.B. durch Profilierung so geändert, dass sich ein oberes Rinnsal nicht mehr bilden kann oder dessen Bewegung verhindert, so sind in verschiedenen Untersuchungen keine Schwingungen mehr beobachtet worden (Kobayashi et al., 1995).

### 3.3.2.2 Windbedingungen

Zweite notwendige Voraussetzung für die Entstehung von Regen-Wind-induzierte Schwingungen ist das Einwirken von Wind. Charakteristische Schwingungen von Seilen an Schrägseilbrücken infolge Regen und Wind wurden bei Windgeschwindigkeiten zwischen ca. 5 und 20 m/s beobachtet (Virlogeux, 1998). Eine Anregung der einzelnen Seile findet meist nur in einem relativ kleinen Windgeschwindigkeitsbereich von 1-5 m/s statt. In Bild 3.7 sind die Amplituden der Seilschwingungen von drei verschiedenen Schrägseilbrücken in Japan und die vertikalen Beschleunigung der Seile der Fred Hartman Brücke in den USA über der Windgeschwindigkeit aufgetragen. Die vertikalen Amplituden des ersten Diagramms sind dabei bezogen auf die Durchmesser der betrachteten Seile. In Windkanalversuchen wurden auch Schwingungen der Seilteilmodelle bei Windgeschwindigkeiten größer als 20 m/s beobachtet (Ruscheweyh & Verwiebe, 1995).

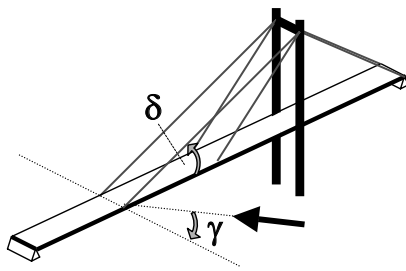


**Bild 3.7:** Einfluss der Windgeschwindigkeit (Matsumoto et al., 1995; Main & Jones, 1998)

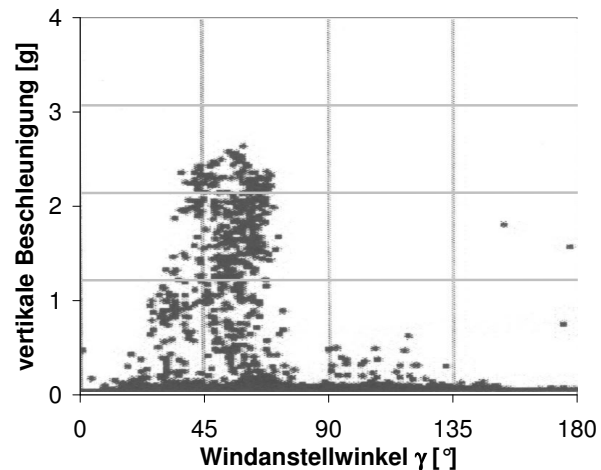
Ein wichtiger Parameter für das spätere Lastmodell ist die reduzierte Geschwindigkeit  $V_r$  als Quotient aus Windgeschwindigkeit und dem Produkt von Schwingungsfrequenz und Profildurchmesser.

$$V_r = \frac{U}{f D} \quad \text{Gl. 3.1}$$

Die reduzierte Geschwindigkeit bei Regen-Wind-induzierten Schwingungen liegt zwischen 20 und 100. Die Windkräfte können also nach quasi-stationärer Theorie berechnet werden (Simiu & Scanlan, 1986). Die Reynoldszahl als ein weiterer Parameter von Bedeutung liegt zwischen ca.  $10^4$  und  $10^5$  (Gl. 2.32). Die Reynoldszahlen liegen somit bei Regen-Wind-induzierten Schwingungen im unterkritischen Bereich ungestörter Kreisprofile.

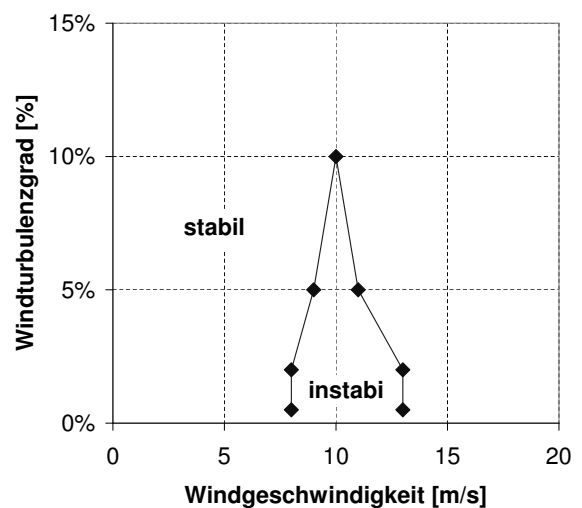


**Bild 3.8:** Definition Windanstellwinkel



**Bild 3.9:** Einfluss Windrichtung  
(Main & Jones, 1999)

Eine weitere Einflussgröße ist die Windrichtung. Die Schwingungen entstehen meist bei schiefwinkligen, d.h. schräg zur Seilebene wehenden Winden (Windanstellwinkel  $\gamma > 0^\circ$  in Bild 3.8). In Windrichtung ansteigende bzw. vom Pylon leewärts liegende Seile werden angeregt (Bild 3.9). Nach Angaben von verschiedenen Autoren liegt der Windanstellwinkel  $\gamma$  von  $20 - 80^\circ$  zur Seilebene. In Windkanalversuchen mit künstlichen, aufgeklebten Rinnsalen ergaben sich auch Schwingungen bei einer Windrichtung normal zur Achse (Matsumoto et al., 1995). Vereinzelt wurde auch von Schwingungsanregung an Seilen berichtet, wo der Anstellwinkel  $\gamma$  kleiner als  $0^\circ$  war.



**Bild 3.10:** Einfluss Windturbulenz  
(Saito et al., 1994)

Die Schwingungen treten meist bei Brücken auf, die in einer flachen Umgebung mit turbulenzarmem Windfeld, wie einem breiten Fluss oder Meeresbucht liegen (Virlogeux, 1998). Daraus kann geschlossen werden, dass ein hoher Windturbulenzgrad die organisierte Bewe-

gung oder Wasserrinnsale verhindert oder begrenzt, und somit auch die Seilschwingungen. Es wurden aber auch dem widersprechende Beobachtungen gemacht. So zeigte eine Brücke in Zentralasien typische von Regen und Wind hervorgerufene Schwingungen, obwohl sie sich in einer gebirgigen Umgebung mit stark turbulentem Windfeld befindet. In den Windkanalversuchen in Bild 3.10 zeigt sich der Einfluss des Turbulenzgrades auf die Anregung deutlich (Saito et al., 1994). Für höhere Turbulenzgrade verkleinert sich der instabile Windgeschwindigkeitsbereich. Ab einem Turbulenzgrad von mehr als 10 % wurden in den Versuchen keine Schwingungen mehr beobachtet.

### *3.3.2.3 Seileigenschaften*

Die mechanischen Eigenschaften des Seiles sind für die Entstehung der Regen-Wind-induzierten Schwingungen nicht von entscheidender Bedeutung. Ausschlaggebend ist ein kreisrundes Profil, eine entsprechende Oberflächenstruktur und eine geringe Dämpfung des betreffenden Bauteils. Die Schwingungen treten bei Schrägseilen verschiedener Durchmesser, Länge, Masse, Neigung und Vorspanngraden auf. Die Durchmesser der Brückenseile, die von solchen Schwingungen betroffen waren, reichen von 80 bis 225 mm. Damit liegen sie im Bereich der typischen Seildurchmesser der Kabel von Schrägseilbrücken. Die Hänger der Bogenbrücke Dömitz, an denen Regen-Wind-induzierte Schwingungen auftraten, hatten Durchmesser von 120 - 130 mm. Seile mit kleineren Durchmessern an abgespannten Konstruktionen wie Masten können bei Regen auch zu Schwingungen angeregt werden. Die Seile müssen ausreichend lang sein, damit sich ein Rinnsal aus einzelnen Regentropfen nach einer gewissen Sammelänge bilden kann. Der Neigungswinkel des Seiles beeinflusst die Größe und Form der Rinnsale und das Stabilitätsverhalten durch den effektiven Anströmwinkel  $\beta$  (Kap. 4.2). Die Schwingungen sind unabhängig von der Eigenfrequenz des betroffenen Seiles, die Strukturparameter Masse und Vorspanngrad sind also nur von untergeordneter Bedeutung (Bild 3.1).

Seile sind u.a. deshalb schwingungsgefährdet, weil ihre Strukturdämpfung i.a. sehr gering ist. Nach Untersuchungen von Yamaguchi weisen die meisten Seile von Schrägseilbrücken in Abhängigkeit des untersuchten Modes logarithmische Dämpfungsmaße um 0,01 und weniger auf (Yamaguchi et al., 1994). Die Seile von Brücken, an denen Regen-Wind-induzierte Schwingungen beobachtet wurden, weisen logarithmische Dämpfungsmaße von weniger als 0,01, bzw. einen Dämpfungsgrad von kleiner als 0,16 % der kritischen Dämpfung auf. Wurde die Dämpfung der betroffenen Seile z.B. durch externe Dämpfer erhöht, so verschwanden die Schwingungen. Ein grober Schwellenwert, ab dem keine Schwingungen mehr zu erwarten

sind, ist ein Gesamtdämpfungsgrad von ca. 0.5 % der kritischen Dämpfung. Für die Erasmusbrücke wurde ein Mindestdämpfungsgrad von 0,8 % der kritischen Dämpfung vorgeschlagen (Persoon & Noorlander, 1999).

Für die Entstehung von Regenrinnsalen ist die Oberflächenbeschaffenheit der Seile von entscheidender Bedeutung. Regen-Wind-induzierte Schwingungen wurden anfangs vorwiegend an Seilen mit einem HDPE-Mäntel beobachtet (high density polyethylene). Es wurde aber auch von Schwingungen von Seilen ohne Hüllrohr berichtet. So wurden in den Jahren 1977 und 1978 während der Errichtung der Brotonne-Brücke in Frankreich die mit Korrosionsschutzfarbe gestrichenen Stahlrohre angeregt, die erst im nachhinein mit dem kombinierten Effekt von Regen-Wind in Verbindung gebracht wurden (Wianecki, 1979). Regen-Wind-induzierte Schwingungen können aber auch an kleineren Abspannseilen auftreten, die nicht ummantelt oder vollverschlossen sind.

Für die Bildung der Rinnsale sind die Oberflächenspannung des Wassers, die Oberflächenbeschaffenheit des Seiles und damit die Grenzflächenspannungen zwischen Regenwasser und Seiloberfläche von entscheidender Bedeutung. Die Oberfläche muss derart beschaffen sein, dass die einzelnen Tropfen auf dem Seil gehalten werden und sich zu einem größeren Rinnsal vereinigen. Dazu ist eine relativ glatte Oberfläche Voraussetzung. Untersuchungen im Windkanal zeigen, dass die besonders glatte Oberfläche von sauberen PE-Hüllrohren die Bildung eines oberen Rinnsals verhindern, während umweltbedingte Verschmutzung der Seilumhüllung die Oberflächenstruktur derart ändert, dass sich ein oberes Rinnsal bilden und zu einer Schwingungsanfachen führen kann (Flamand, 1994). Wird die Seiloberfläche z.B. durch Profilierung so geändert, dass sich ein oberes Rinnsal nicht mehr bilden kann oder dessen Bewegung verhindert, so sind in verschiedenen Untersuchungen keine Schwingungen mehr beobachtet worden.

### 3.3.3 Mögliche Anregungsmechanismen

Trotz zahlreicher Untersuchungen zum Phänomen Regen-Wind-induzierte Schwingungen sind die genauen Mechanismen dieser komplexe Interaktion zwischen dem schwingenden Seil, dem Wind und den oszillierenden Regenwasserrinnsalen bisher noch nicht erschöpfend geklärt. Die Kenntnis des Anregungsmechanismus ist aber in Hinsicht auf wirksame Gegenmaßnahmen zur Stabilisierung betroffener Seile von Bedeutung. In diesem Kapitel 3.3 werden mögliche Anregungsmechanismen diskutiert. Dazu werden die verschiedenen Schwingungsformen auf denkbare Anregungsmechanismen hin untersucht und vorhandene Modelle zur Beschreibung der Schwingungen vorgestellt. Es wird dabei Bezug auf Kap. 2.3 genommen.

In Messungen an Originalbauten und durch Windkanalversuche wurden mögliche Anregungsmechanismen Regen-Wind-induzierter Schwingungen untersucht. Die Begrenzung der Schwingungsanfachung auf einen schmalen Geschwindigkeitsbereich lässt zunächst auf eine Resonanzerscheinung wie die durch periodische Wirbelablösung nach Karman schließen. Widersprechen würde dem, dass es aufgrund der geringen Geschwindigkeiten bzw. Strömungsenergie nicht zu so großen Amplituden wie beobachtet kommen kann (Bild 2.3). Zum einen ist die beobachtete Schwingungsfrequenz viel kleiner als die kritische Frequenz für wirbelerregte Schwingungen und zum anderen traten die Schwingungen bei Windgeschwindigkeiten auf, die höher sind als die bei wirbelerregten Schwingungen. Die großen Amplituden bei relativ kleinen Windgeschwindigkeiten und die Unabhängigkeit von den Eigenfrequenzen sind eher charakteristisch für bewegungsinduzierte Schwingungen. Wie beim Galloping ist auch bei den Regen-Wind-induzierten Schwingungen die Symmetrie des Kreisquerschnittes gestört. Im Falle von Regen-Wind-induzierten Schwingungen ist der Sachverhalt komplexer, da sich das Strömungsprofil durch die Bewegungen der Regenrinnsale und die unbeständige Rinnsalform und –masse kontinuierlich ändert.

Fremdanregung durch den böigen Wind oder Parametererregung durch Übertragung der Schwingungen des Pylon oder des Brückendecks auf das Seil spielen bei der Entstehung Regen-Wind-induzierten Schwingungen, wenn überhaupt, nur eine untergeordnete Rolle. Für Anregung durch Böen ist die Energie bei derartig geringen Windgeschwindigkeit nicht ausreichend, um solch große Amplituden hervorzurufen. Des weiteren wurden die Schwingungen meist an Standorten mit wenig turbulenten Windfeld beobachtet. Windkanalversuche zeigen, dass die Schwingungen auch in laminarer Strömung und auch ohne der Möglichkeit einer Parameteranregung auftreten. Eine Anregung durch Nachlaufeffekte infolge stromauf

liegender Bauteile können ausgeschlossen werden, da die Abstände zwischen den Kabeln zu groß sind.

Verwiebe beobachtete in seinen Windkanalversuchen drei verschiedene Formen Regen-Wind-induzierter Schwingungen (Kap. 3.2). Für jede dieser Schwingungsformen werden im folgenden mögliche Anregungsmechanismen wie z. B. Wirbel- oder Bewegungsinduktion diskutiert.

#### *3.3.3.1 Schwingungen in Anströmrichtung mit zwei Rinnsalen*

Schwingungen in Anströmrichtung mit zwei Rinnsalen können durch einen Effekt ähnlich dem des drag crisis entstehen. Dabei kommt es im kritischen Reynoldsbereich zu einem plötzlichen Abfall des Widerstandsbeiwerts eines Kreisprofils, der in einem begrenzten Windgeschwindigkeitsbereich zu negativer aerodynamischer Dämpfung des Systems und zu Schwingungen in Bewegungsrichtung führt (Kap. 2.3). In diesem Fall kommt es durch die periodisch veränderlichen Strömungsablösepunkte auf der Seiloberfläche zu einer starken Änderung des Strömungswiderstandes. Die Regenrinnsale ordnen sich stromabwärts hinter den Ablösepunkten an und bewegen sich gegenläufig in der Eigenfrequenz der Seilschwingungen (Bild 3.4). Die Rinnsale verstärken hierbei den Anregungseffekt dieser selbsterregten Schwingungsform. Dabei würden die Rinnsale nur als Verstärker, nicht als eigentlicher Auslöser der Instabilität wirken.

Auf der anderen Seite könnten diese Schwingungen in Windrichtung durch die Bewegungen der beiden Rinnsale selbst hervorgerufen werden. Die Windkräfte auf die Rinnsale und die Beschleunigungen des Seiles wirken dabei derart, dass es zu Schwingungen der Rinnsale kommt. Da der Luftwiderstand des Gesamtprofils abhängig von den Positionen der Rinnsale ist, kann es zu selbsterregten Schwingungen kommen, wenn infolge der inertialen und aerodynamischen Kopplung zwischen Rinnsal- und Seilbewegungen Windkräfte entstehen, die die Seilbewegungen in Anströmrichtung unterstützen.

#### *3.3.3.2 Schwingungen quer zur Anströmrichtung mit unteren Rinnsal*

Bei Schwingungen quer zur Anströmrichtung mit einem unteren Rinnsal sind mehrere Anregungsmechanismen denkbar. Neben Wirbel- und Bewegungsinduktion kommen Parametererregung durch plötzlichen Rinnsalmassenabfall oder ein Effekt durch seitlich ablaufende Rinnsale ähnlich dem Spiralseil-Flattern in Frage.

Ein möglicher Anregungsmechanismus dieser Schwingungsform ist die Wirbelresonanz infolge high-speed vortex shedding nach Matsumoto, die auch bei normalen Seilen ohne Rinnsalen beobachtet worden ist (Kap. 3.2). Neben den klassischen Karman-Wirbeln im Nachlauf des umströmten Profils entdeckte Matsumoto niederfrequente, vergrößerte Ablösewirbel und eine axiale Strömung, die hinter schräg zur Seilebene angeströmten, geneigten Seilen entstehen. Diese vergrößerten Wirbel könnten zusammen mit der axialen Strömung die beobachteten Querschwingungen verursachen. Die Rinnsale sollen nach Matsumoto dabei den Effekt infolge der dreidimensionalen Charakters der Umströmung verstärken.

Die von Matsumoto beobachteten Schwingungen treten bei kleinen Windgeschwindigkeiten auf und verursachen geringere Schwingungsamplituden als die von Regen-Wind-induzierten Schwingungen. Matsumoto geht von einer Kombination von Wirbel- und Bewegungsanregung aus. Welcher Mechanismus nun den anderen verursacht, ist bei der komplexen Interaktionen zwischen Strömung und Struktur unklar. Man kann die vergrößerten Wirbel auch als bewegungsinduziert betrachten. So kann der eigentliche Anregungsmechanismus selbst-induziert sein und bei entsprechenden Schwingungsamplituden die beobachteten vergrößerten Ablösewirbel verursachen, ähnlich wie beim Lock-In Effekt, wo sich die Wirbelablösefrequenz an die Schwingungsfrequenz der Struktur ankoppelt und zu einem erweiterten Resonanzbereich führt. Simulationen mit dem hier entwickelten Modell, das die Schwingungen als rein bewegungsinduziert betrachtet, zeigen, dass Wirbelerregung nicht die entscheidende Rolle spielt.

Ähnlich wie beim Spiralseil-Flattern ergibt sich ein weiterer möglicher Anregungsmechanismus aus der speziellen Oberflächenstruktur der Seile durch seitlich herablaufende Rinnsale. Untersuchungen zeigen, dass der Regen, der auf der Oberseite des Seils auftrifft, in bestimmten Abständen in Rinnsalen gesammelt an den Seiten des Seilquerschnitts herunterläuft. Es kann nun durch diese seitlich herabfließenden Regen-rinnsale eine Auftriebskraft auf treten, die im Bereich negativer Steigung des Auftriebbeiwertes zu gekoppelten Schwingungen in Windrichtung und quer dazu führen kann wie bei Spiralseil-Flattern (s. Kap. 2.3). Dieser Anregungsmechanismus ist eher unwahrscheinlich, da in Simulationen auch ohne Berücksichtigung dieses Effektes Schwingungsanregung beobachtet wurde.

Denkbar ist weiterhin, dass die Schwingungen durch Parametererregung infolge Massenänderung des abspritzenden Rinnsals hervorgerufen werden. Beim Hochschnellen des Seils spritzen Teile des unteren Rinnsals infolge der negativen Beschleunigung ab. Die Adhäsionskräfte aus Oberflächenspannung können das Rinnsal nicht mehr am Seil halten. Durchgeführ-



te Simulationen konnten jedoch für diese Parametererregung aufgrund der kleinen Rinnsal-masse nur sehr geringe Amplituden nachweisen.

Wahrscheinlichster Anregungsmechanismus ist die Bewegungsinduktion wie beim Galloping von vereisten Überlandleitungen. Es wurde eine Anregung aber nur in Verbindung mit einem zweiten oberen Rinnsal beobachtet. Die im Windkanal gemessenen Auftriebsbeiwerte für ein Rinnsal in leeseitiger, unterer Lage zeigen nicht den charakteristischen Abfall des Beiwertes, so dass es zu einer Anregung in dem beobachteten Windgeschwindigkeitsbereich kommen kann. 1-FHG-Galloping-Schwingungen sind vom divergenten Typ, die Schwingungen setzen ab einer kritischen Windgeschwindigkeit ein und die Amplituden wachsen mit steigenden Windgeschwindigkeiten stark an. Die nach Galloping-Theorie errechnete Einsetzgeschwindigkeit liegt dabei weit oberhalb der Windgeschwindigkeit, die bei den Regen-Wind-induzierten Schwingungen beobachtet wurde. Darüber hinaus sind die Galloping-Schwingungen nicht auf einen Windgeschwindigkeitsbereich begrenzt, sondern wachsen weiter mit der Geschwindigkeit an. Wie bei den anderen Schwingungsformen spielen höchstwahrscheinlich die Bewegungen der Rinnsale eine entscheidende Rolle bei der Anregung und müssen darum mit in Betracht gezogen werden.

#### *3.3.3.3 Schwingungen quer zur Anströmrichtung mit unterem und oberem Rinnsal*

Die größten Amplituden wurden in den meisten Fällen bei Schwingungen quer zur Anström-mung mit unterem und oberem Rinnsal beobachtet. Die beiden Rinnsale auf der Oberfläche des Seils bewegen sich dabei in gleicher Umlaufrichtung in der Frequenz der Seilschwingungen (Bild 3.4). Zahlreiche Untersuchungen zeigen, dass dabei das obere Rinnsal die entschei-dende Rolle bei der Schwingungsanfachung spielt. Das untere Rinnsal hat einen eher dämp-fenden Charakter. Bisherigen Untersuchungen konzentrierten sich daraufhin auf das obere Rinnsal und vernachlässigten den Einfluss des unteren Rinnsals.

Bei der Schwingungsform mit oberem und unterem Rinnsal kommen die gleichen Anre-gungsmechanismen wie bei den Schwingungen mit nur einem unteren Rinnsal in Frage. Das zweite Rinnsal auf der Oberseite des Seils hat nun den entscheidenden verstärkenden Einfluss auf die einzelnen Mechanismen, da es aufgrund seiner luv-seitigen Lage bestimmen-den Einfluss auf das Strömungsfeld, die Strömungsablösung und damit auf die einwirkenden Luftkräfte hat. Ein Kreisprofil mit einem künstlichen Rinnsal zeigt dabei eine für die Instabili-tät nach dem Den-Hartog-Kriterium charakteristischen Abfall des Auftriebsbeiwertes, wenn sich das Rinnsal in einer luv-seitigen Position befindet, wie es bei dieser Schwingungsform durch das obere Rinnsal gegeben ist.

Wie das in Kapitel 4 vorgestellte Modell zeigen wird, ist der grundlegende Anregungsmechanismus Regen-Wind-induzierter Schwingungen Selbsterregung, die durch die gekoppelten Seil- und Rinnsalbewegungen gesteuert wird. Ähnlich dem Mehr-Freiheitsgrad-Galloping geht das Modell von quasi-stationären Windkräften aus und berücksichtigt die verschiedenen Kopplungen zwischen den Freiheitsgraden und den Windkräften. Nähere Informationen zum Mechanismus der Schwingungsanregung finden sich in Kap. 4.2.4.

### 3.3.4 Vorhandene Modelle

In diesem Kapitel werden die bisher entwickelten Modelle verschiedener Autoren zur Beschreibung der Regen-Wind-induzierten Schwingungen vorgestellt. Trotz der zahlreichen experimentellen Untersuchungen existiert bisher kein theoretisches Modell, das die Regen-Wind-induzierten Schwingungen erschöpfend beschreiben kann. Die vorhandenen Modelle interpretieren die Regen-Wind-induzierten Schwingungen meist als selbst- oder wirbelerregte Schwingungen. Ein Modell, das sowohl das gekoppelte Verhalten der beiden Rinnsale und die Seilschwingungen erklären und beschreiben kann, fehlt.

Hikami als Entdecker der Regen-Wind-induzierten Schwingungen führte erste Windkanaluntersuchungen zur Klärung der Schwingungen durch und identifizierte die Schwingungen als bewegungsinduzierte Schwingungsform (Hikami & Shiraishi, 1988). Hikami und Shiraishi erkannten, dass die klassische Galloping-Theorie mit einem Freiheitsgrad die beobachteten Phänomene nicht erschöpfend beschreiben kann und wiesen auf die Bedeutung der Bewegung des oberen Rinnsals auf die Anfachung hin. Hikami zeigte die Kopplung zwischen der Translation des Seiles und der rotatorischen Bewegung des oberen Rinnsals auf der Seiloberfläche auf, ohne jedoch ein analytische Modell zu präsentieren.

Ein erstes analytisches Modell zur Beschreibung Regen-Wind-induzierter Schwingungen hat Yamaguchi 1990 vorgestellt (Yamaguchi, 1990). Darin simuliert Yamaguchi die Schwingungen in linearisierter Form als selbstinduzierte, aero-elastische Instabilität, ähnlich dem 2-FHG-Galloping. Neben dem Freiheitsgrad Translation des Seils quer zur Windanströmrichtung wird die Bewegung eines oberen Rinnsals als zusätzlicher Rotationsfreiheitsgrad berücksichtigt. Das Modell berücksichtigt dabei die aerodynamische Kopplung zwischen den Seilschwingungen und der Bewegung des Rinnsals durch die Windkräfte. Die aerodynamischen Kräfte für das Lastmodell sind in Windkanalversuchen an einem stationären Zylinder mit einem aufgeklebten Draht als Rinnsal bestimmt worden (Kap. 5). Wie beim gekoppelten 2-FHG-Galloping wird durch die Seilbewegungen und die Rotationsbewegung des Rinnsals der Anströmwinkel bzw. die Geometrie des umströmten Profils so geändert, dass zu einer

aeroelastischen Instabilität kommen kann. Für bestimmte Lagen des oberen Rinnsals kann es im Modell aufgrund der aerodynamischen Kopplung zwischen Translation des Seiles und der Rotationsbewegung des Rinnsals zu negativer Dämpfung in einem begrenzten Windgeschwindigkeitsbereich kommen. Eine Simulation der Seilschwingungen im Zeitbereich ist aufgrund der Linearisierungen mit dem Modell ebenso nicht möglich wie die Beschreibung des Rinnsalverhaltens. Auch vernachlässigt das Modell den Einfluss des unteren Rinnsals sowie die inertiale Kopplung und den Scherwiderstand zwischen Seil und Rinnsal. Yamaguchi konnte jedoch aufgrund einer Eigenwertanalyse die Bedeutung des oberen Rinnsals bei der Entstehung von Regen-Wind-induzierten Schwingungen aufzeigen. Für verschiedene Positionen des oberen Rinnsals untersuchte er die Instabilitätsbereiche. Die linearen Stabilitätsanalysen von Yamaguchi haben gezeigt, dass nur ein Modell, das sowohl die Seilbewegung als auch die Rinnsalbewegungen betrachtet, zu einem den beobachteten Phänomenen entsprechenden Verhalten führt.

Basierend auf der Idee von Yamaguchi schlugen Gu und Lu ein ähnliches Modell vor, das zusätzlich die Kopplung zwischen Seil, Rinnsal und Luftkräften einschließt (Gu & Lu, 2001). In den meisten Fällen wurden die Schwingungen wie beim klassischen 1-FHG-Galloping behandelt. Dabei wird eine statische Position des oberen Rinnsals vorgegeben und die Instabilität der Seile quer zur Anströmung entsprechend der Galloping-Theorie mit quasi-stationären Luftkräften untersucht (Geurts et al., 1998). Eine Anregung findet in diesen Modellen nur aufgrund der Seilbewegungen statt. Wie beim Galloping ist die Instabilität nicht geschwindigkeitsbegrenzt, sondern divergenten Typs. Das Rinnsal verbleibt entgegen den Beobachtungen in seiner vorgegebenen statischen Lage. Geurts et al. verwendeten so ein modifiziertes Galloping-Modell, um die Seilschwingungen an der Erasmusbrücke infolge Regen und Wind nachzurechnen. In dem Modell mit einem Freiheitsgrad sind die aerodynamischen Kraftbeiwerte von Matsumoto übernommen, der das Rinnsal durch einen Störstreifen auf dem Windkanalmodell simuliert hat. Geurts et al. konnten mit dem Modell die beobachteten Schwingungsamplituden simulieren. Allerdings ergab sich eine Anregung ab einer gewissen Einsetzgeschwindigkeit mit immer steigenden Amplituden. Der Grund für die Begrenzung der Instabilität auf einen bestimmten Windgeschwindigkeitsbereich wurde in dem Abspritzen der Rinnsale bei zu großen Windgeschwindigkeiten bzw. Seilbeschleunigungen gesehen.

Andere Modelle zur Simulation von Regen-Wind-induzierten Schwingungen wie die von Witkowski & Wilde (2002) und Wang & Xu (2001) fassen die Schwingungen als Resonanzphänomen auf. Die Kopplung der Rinnsalbewegungen mit den Seil und den Luftkräften wird

dabei nur indirekt simuliert. Die sich bewegenden Rinnsale verursachen eine periodische Änderung der Windkräfte auf das Seil. Diese in der Seileigenfrequenz veränderten Luftkräfte werden als unabhängige, äußere Fremderregung aufgefasst. Wie bei Resonanzproblemen kommt es infolge der Phasenverschiebung zwischen Windkräften und Seilbewegung zu einer Anregung, die unabhängig von den Strukturbewegungen ist.

Verwiebe schlug ein Ersatzmodell vor, in dem er Ergebnisse aus Windkanalversuchen auf die Situation an der Brücke mit einem Resonanzmodell überträgt (Verwiebe, 1998). Anhand von Energiebetrachtungen gibt Verwiebe empirische Näherungsformeln für die Abschätzung der Amplituden von Regen-Wind-induzierten Schwingungen. Wie beim Resonanzproblem arbeitet er mit Vergrößerungsfunktionen, wobei die Phasenverschiebung zwischen Seil- und Rinnsalbewegung am Windkanalmodell gemessen wird. Verwiebe gibt Schätzwerte für die harmonischen Ersatzlasten an, in denen auch die Korrelations- bzw. Rinnsallänge berücksichtigt ist.

Ruscheweyh präsentierte ein Modell für die an fast vertikalen Hängern beobachteten Schwingungen in Windrichtung mit zwei Rinnsalen (Ruscheweyh, 1999). Dabei geht er von einem Anregungsmechanismus ähnlich der drag crisis aus (Kap. 4.2).

Ein Schwachpunkt in den bisherigen Modellen liegt in der Art des Lastansatzes. Außer in den Modellen von Yamaguchi und Gu & Lu werden die Bewegungen der Rinnsale entkoppelt betrachtet. In bisherigen analytischen Modellen wird nur ein Seilfreiheitsgrad betrachtet, meist die Bewegungen des Seiles quer zur Windanströmung. Im Lastmodell werden die Bewegungen der Rinnsale vorgeben bzw. empirisch bestimmt und über die Kopplung mit den Windkräften als bewegungsunabhängige Fremderregung angesetzt. Die Bewegungen der Rinnsale sowie ihre inertiale und aerodynamische Kopplung sind aber der entscheidende Faktor bei dieser selbstinduzierten Instabilität. In den Modellen von Yamaguchi und Gu & Lu wird zwar die aerodynamische Kopplung zwischen den Freiheitsgraden und den Luftkräften beachtet, es wird in diesen Modellen nur ein Rinnsal modelliert. Es wird wie in den anderen Modellen nur der Einfluss des oberen Rinnsals betrachtet, das zweite untere Rinnsal wird vernachlässigt. Auch können die vorhandenen Modelle weder die Positionen der Rinnsale noch den Einfluss der Rinnsalbewegung bestimmen. Das Auftreten der Regen-Wind-induzierten Schwingungen innerhalb eines begrenzten Windgeschwindigkeitsbereiches und die Entstehung des oberen Rinnsals kann mit den Modellen nicht erschöpfend geklärt werden.

Das hier entwickelte Modell zur Simulation von Regen-Wind-induzierten Schwingungen greift die Idee von Yamaguchi auf, die Schwingungen als gekoppeltes Mehr-Freiheitsgrad-System nach quasi-stationärer Streifentheorie zu simulieren. Erstmals werden in dem Modell

die beiden translatorischen Freiheitsgrade des Seiles sowie zwei Rinnsale berücksichtigt. Das Verhalten der beiden Rinnsale, wie ihre stationären Lagen und ihre Bewegungen, können mit dem Modell unter Berücksichtigung der Nichtlinearitäten des gekoppelten Systems simuliert werden. Zur Beschreibung des Seil- und Rinnsalverhaltens werden alle einwirkenden Kräfte wie Massenträgheiten, Dämpfung, gekoppelte Windkräfte, Scherwiderstand des Rinnsals auf der Seiloberfläche sowie die Nichtlinearitäten und Kopplungsterme berücksichtigt. Neben der aerodynamische Kopplung wird auch der Einfluss der Seilbewegungen auf das Verhalten der Rinnsale infolge der inertialen Kopplung zwischen Rinnsal- und Seilbewegungen mit in das Modell einbezogen. Das Lastmodell geht von bewegungsinduzierten, quasi-stationären Windkräften aus. Mögliche zusätzliche Anregungsmechanismen wie Wirbel-, Böen- oder Parametererregung werden nicht betrachtet, kommen aber als Ursache für die notwendige Anfangsstörung in Frage. Vereinfachte Modelle mit zwei bzw. drei Freiheitsgraden wurden bereits veröffentlicht (Peil & Nahrath, 2001).

### 3.3.5 Gegenmaßnahmen

Regen-Wind-induzierte Seilschwingungen gefährden die Lebensdauer und Gebrauchstauglichkeit der betroffenen Seile oder des angeschlossenen Bauwerks und machen Gegenmaßnahmen erforderlich. Grundsätzlich gibt es zwei Möglichkeiten Regen-Wind-induzierte Schwingungen zu verhindern. Man kann die Schwingungsanregung entweder durch strömungsmechanische bzw. aerodynamische oder durch strukturdynamische Maßnahmen verhindern.

Bei der strömungsmechanischen Lösung wird die Quelle der Instabilität, die Windkräfte, durch die Modifikation der Geometrie oder der Oberfläche des umströmten Körpers eliminiert. Im Fall von Regen-Wind-induzierten Schwingungen soll durch gezielte Oberflächenstrukturierung der Seile verhindert werden, dass sich Regenwasserrinnsale bilden. Das Regenwasser muss so abgeleitet werden, dass kein oberes axiales Rinnsal entstehen kann oder dessen Bewegung unterdrückt wird. Dies kann durch axiale Störstreifen, spiralförmige Umwicklungen oder Oberflächenstrukturierung des Seiles geschehen, wobei darauf zu achten ist, dass diese Maßnahmen an sich nicht wiederum aerodynamische Instabilitäten hervorrufen (Flamand, 1994; Kobayashi et al., 1995). Auch ist vorstellbar durch die Wahl geeigneten Seiloberflächenmaterials die Oberflächen- bzw. Grenzflächenspannungen von Wasserrinnsal und Seiloberfläche so zu verändern, dass einzelne Tropfen sich erst gar nicht in einem Rinnsal sammeln oder deren Bewegungen sehr stark dämpfen. Ein Überblick über verschiedene Möglichkeiten der aerodynamischen Stabilisierung sind in (Matsumoto et al., 1994) aufge-

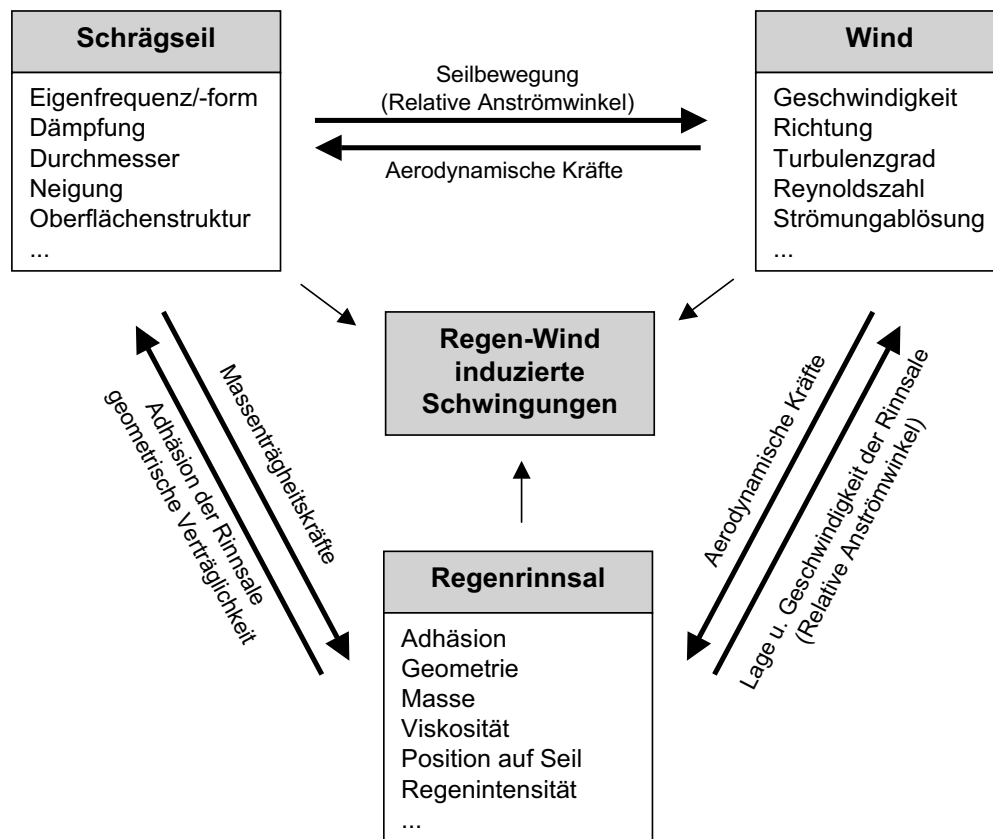
führt. Darin werden z.B. in bestimmten Mustern perforierte Rohre untersucht. Erfolgreich angewendet wurden aerodynamische Gegenmaßnahmen u.a. an der Higashi-Kobe Brücke in Japan und der Normandie-Brücke in Frankreich. Strömungsmechanische Maßnahmen sind vor allem im Vorfeld der Bauwerkserrichtung anwendbar.

Strukturdynamische Gegenmaßnahmen lösen das Problem durch die Änderung der Struktureigenschaften wie Steifigkeit oder Dämpfung des Seils. Dabei lassen sich Schwingungen infolge Regen und Wind erfolgreich durch die Verspannung der einzelnen Schrägseile oder durch den Einbau von aktiven oder passiven Dämpfersystemen verhindern. Als wirksame und kostengünstige Sofortmaßnahme bei Auftreten von Regen-Wind-induzierten Schwingungen hat sich Verspannung der betroffenen Seile mit hochdämpfenden Drähten oder Seilen erwiesen (z.B. Geurts & van Staalduinen, 1999). Die Seilverspannungen wurden an mehreren Brücken erfolgreich angewandt, die Maßnahme kann nicht aber nicht als permanente Lösung angesehen werden wegen der Ermüdung der Drähte bzw. der Drahtanschlüsse und aus ästhetischen Gesichtspunkten. Die zusätzliche Dämpfung wirkt hauptsächlich in Verspannungsrichtung. Bei Seilen mit ungefähr gleichen Eigenfrequenzen in Verspannungsrichtung und quer dazu wurden in der Querebene Dämpfungssteigerung in einer Höhe von ungefähr 10 % der Höhe in Verspannungsrichtung beobachtet (Kusakabe et al., 1995). Abhilfe könnte eine kreuzweise Verspannung der Seile bringen. Außer als provisorischen Sofortmaßnahme wird aber meist diese Maßnahme aus ästhetischen Gründen nicht angewendet. Als temporäre Sofortmaßnahme wurden an der Erasmus-Brücke in Rotterdam hochdämpfende Polypropylene Seile um die Schrägseile gewickelt und am Überbau befestigt.

Als dauerhafte Lösung hat man sich bei der Erasmus-Brücke für den Einbau von externen Dämpfern entschieden (Reusink & Kuijpers, 1998). Diese Maßnahme kann auch nachträglich angewandt werden. An der Erasmus-Brücke wurden z.B. passive Dämpfer an der Seileinspannung am Brückendeck zur Erhöhung der Strukturdämpfung installiert. An der Dömitz Brücke mit relativ kurzen und steilen Hängerstangen wurden dynamische Dämpfer-Töpfe eingebaut (Lüesse et al, 1996). Die benötigte Kapazität der Dämpfer ist nicht eindeutig bestimmt, weil der genaue Mechanismus und die Größe der auftretenden aerodynamischen Anregungskräfte noch nicht vollständig geklärt ist. Verschiedene Autoren empfehlen eine Erhöhung der Dämpfung auf mindestens 0,5 % bzw. 0,8 % der kritischen Dämpfung, um Regen-Wind-induzierte Schwingungen zu verhindern (Virlogeux, 1998; Matsumoto, 2000).

### 3.4 ZUSAMMENFASSUNG ZU REGEN-WIND-INDUZIERTEN SCHWINGUNGEN

Regen-Wind-induzierte Schwingungen resultieren aus der komplexen Interaktion von Seilstruktur, Wind und Regenwasserrinnsalen, die sich auf der Seiloberfläche bilden. Durch die Regenwasserrinnsale wird der Strömungsquerschnitt des Seils derart verändert, dass es zu starken Schwingungen der betroffenen Schrägseile kommt. Die wichtigsten Wechselwirkungen und Einflussfaktoren sind in Bild 3.11 schematisch dargestellt.



**Bild 3.11:** Wechselwirkung und Einflussgrößen bei Regen-Wind-induzierten Schwingungen

## **4 ANALYTISCHES MODELL**

Das Ziel der Arbeit ist die Entwicklung eines mathematischen Modells, das den Anregungsmechanismus identifizieren und die beobachteten Phänomene Regen-Wind-induzierter Seilschwingungen simulieren kann. Das vom Autor entwickelte Modell wird im folgenden Kapitel vorgestellt. Die Annahmen, die zur Reduzierung der Komplexität des Problems getroffen wurden, und das mathematische Modell einschließlich der Bewegungsgleichungen werden im folgenden präsentiert.

### **4.1 ANNAHMEN**

Zur Modellierung Regen-Wind-induzierter Schwingungen wird ein vereinfachtes Ersatzsystem betrachtet. Dabei werden verschiedene Annahmen getroffen, um das komplexe System so weit zu vereinfachen, dass eine relativ einfache und schnelle Analyse möglich ist. Die Schwingungen werden durch einen ebenen gekoppelten Mehrmassenschwinger simuliert. Die Modellierung der Rinnsale als Fluid oder eine numerische Simulation der Windströmung um Seil und Rinnsale wird nicht vorgenommen. Das Verhalten der Rinnsale und der Windkräfte wird auf der Basis von experimentellen Erkenntnissen erfasst.

Folgende Annahmen wurden für die Modellierung des Seils getroffen (s. auch Kap. 2.1):

- Das Seil ist zwischen zwei festen, also unbewegten Auflagern straff gespannt und schwingt in einem Eigenmode.
- Parametererregung des Schrägseils durch Auflagerverschiebung infolge Auslenkung des Pylons oder des Brückenträgers wird ausgeschlossen.
- Die Seiloberfläche ist homogen, der Reibungswiderstand zwischen Rinnsal und Seiloberfläche ist überall konstant.
- Das Seil ist viskos gedämpft.

Das Rinnsalverhalten wird aufgrund folgender Annahmen beschrieben:

- Die Regenmenge ist ausreichend, um Rinnsale zu formen.
- Die Form und Masse der Rinnsale sind zeitinvariant und konstant über die Länge des Seils bzw. der Rinnsal- oder Korrelationslänge.
- Die Rinnsale bewegen sich tangential auf der Seiloberfläche ohne abzuspritzen.
- Der Scherwiderstand zwischen Rinnsal und Seiloberfläche ist geschwindigkeitsproportional und unabhängig von der Lage des Rinnsals.



Auf das Ersatzschwingsystem wirken Windkräfte. Das Lastmodell geht von folgenden Voraussetzungen aus.

- Die Regen-Wind-induzierten Schwingungen sind rein selbsterregt. Die Windkräfte sind also Funktionen der Strukturbewegungen.
- Die Anströmung ist laminar. Räumliche oder zeitliche Veränderungen der Windgeschwindigkeit bzw. der Windrichtung werden ausgeklammert.
- Wirbelanregung infolge periodischer Strömungsablösungen spielt keine Rolle.
- Die Luftkräfte sind unabhängig von der Reynoldszahl. Für ein gegebenes Profil sind die aerodynamischen Kraftbeiwerte also unabhängig von der Anströmgeschwindigkeit.
- Die Windkräfte auf die beiden Rinnsale sind unabhängig voneinander.
- Die Luftkräfte werden nach quasi-stationärer Streifentheorie berechnet. 3-D Umströmung und Instationaritäten in den Luftkräften werden vernachlässigt.

Die dreidimensionalen Körper Seil und Rinnsale werden im Querschnitt als gekoppelte Einzelkörper nach der Streifentheorie aufgefasst. Die räumliche Umströmung der schrägangeströmten Spannseile kann nach der Streifentheorie als ebene Strömung um das Seilprofil mit Regenrinnsalen im Querschnitt betrachtet werden. Der Windvektor wird vektoriell zerlegt in eine Komponente normal zur Seilachse und eine Komponente, die längs der Seilachse wirkt. Nur die Komponente senkrecht zur Achse wird dabei betrachtet. Mögliche dreidimensionale Effekte wie räumliche Verwirbelungen, über die Seillänge veränderliche Ablösungspunkte oder Windgeschwindigkeit werden vernachlässigt.

Zur Modellierung der Windlasten wird die quasi-stationäre Streifentheorie benutzt (Naudascher, 1994). Man ermittelt die stationären Kraftbeiwerte dabei als zeitlich gemittelte Werte am statischen Windkanalmodell für verschiedene Anströmwinkel. Die Annahme stationärer Windkräfte ist gerechtfertigt, weil im Fall von Regen-Wind-induzierten Schwingungen die bezogene Geschwindigkeit größer als 20 ist (Blevins, 1990). Die reduzierte Geschwindigkeit  $V_r$  ist definiert als

$$V_r = \frac{V}{f_n d} \quad \text{Gl. 4.1}$$

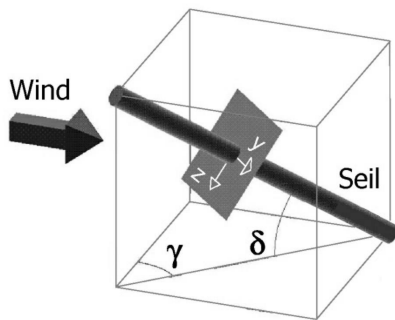
Die Bedeutung der reduzierten Windgeschwindigkeit wird beim Vergleich mit der Wirbelablösefrequenz deutlich. Man kann das Verhältnis von Wirbelablösefrequenz  $f_{st}$  und Strukturfrequenz  $f_n$  über die Strouhal-Zahl  $St$  und die reduzierte Geschwindigkeit bestimmen.

$$\frac{f_{st}}{f_n} = V_r St = \frac{V_r}{5} \quad \text{Gl. 4.2}$$

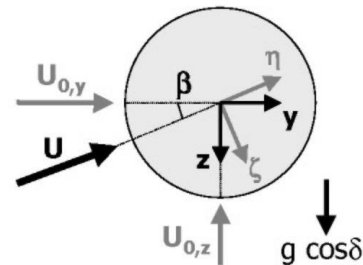
Setzt man die Strouhal-Zahl wie bei einem Kreisprofil zu 0,2 an, so ist das Verhältnis der beiden Frequenzen ein Fünftel der reduzierten Geschwindigkeit. Bei einer reduzierten Geschwindigkeit von  $V_r = 20$ , lösen sich demnach pro Schwingungsperiode vier Wirbelpaare ab. Bei den hier untersuchten Schrägseilen ergeben sich im charakteristischen Windgeschwindigkeitsbereich Regen-Wind-induzierter Schwingungen reduzierte Geschwindigkeiten von ungefähr 50. Die Frequenz der Wirbelablösung und damit auch die der dadurch induzierten instationären Luftkräfte ist also ungefähr 10 mal so hoch wie die Seileigenfrequenz bzw. die der Luftkräfte aus Bewegungsinduktion. Die Annahme quasi-stationärer Luftkräfte ist also gerechtfertigt.

## 4.2 MODELL UND BEWEGUNGSGLEICHUNGEN

Es wird ein 2-dimensionales, mechanisches Ersatzsystem nach der Streifentheorie betrachtet. In den Bildern 4.1 und 4.2 sind die geometrischen Größen des schräg angeströmten Seiles definiert und der betrachtete Seilquerschnitt mit den lokalen Seilkoordinaten  $z$  und  $y$  dargestellt. Die Windrichtung ist durch den Anstellwinkel  $\gamma$  definiert, die Seilneigung durch den Winkel  $\delta$  (Bild 4.1).



**Bild 4.1:** Definitionen Streifenmodell



**Bild 4.2:** Querschnitt Seil

Aus der räumlichen Orientierung des Seiles zum Wind ergibt sich im zweidimensionalen Streifenmodell ein effektiver Windanströmwinkel  $\beta$  (Bild 4.2). Dieser Anströmwinkel  $\beta$  ergibt sich aus dem Anstellwinkel  $\gamma$  zwischen Windrichtung und Seilebene und der Seilneigung  $\delta$  (Gl. 4.3).

$$\beta = \arctan\left(\frac{U_{0,z}}{U_{0,y}}\right) = \arctan\left(\frac{\sin \gamma \sin \delta}{\cos \gamma}\right) = \arctan(\tan \gamma \sin \delta) \quad \text{Gl. 4.3}$$



nichtlinear gefedert gelagert und viskos gedämpft. Die Federsteifigkeiten ergeben sich aus der nichtlinearen Seilschwingungstheorie nach Kap. 2.1.

Die beiden Rinnsale bewegen sich tangential auf der Oberfläche des Seiles, ihre Lagen werden durch die Rotationswinkel  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  beschrieben. Die Rinnsalmassen  $m_{R,1/2}$  sind mit der Seilmasse gekoppelt. Ihr Verhalten ist vergleichbar mit dem fußpunkterregter Pendel. Wie bei einem Pendel bewegen sich die Rinnsale mit konstantem Radius um einen Aufhängepunkt, hier der Mittelpunkt des Seilquerschnittes. Bewegungen des Seiles führen über diese Kopplung zu Verschiebungen der Rinnsale wie bei Pendel mit Fußpunkterregung. Viskose Dämpfer mit den Dämpferkonstanten  $d_{\varphi,1/2}$  modellieren den Scherwiderstand zwischen den Rinnsalen und der Seiloberfläche.

Die quasi-stationären Luftkräfte  $F_y$ ,  $F_z$ , und  $M_{\varphi,1/2}$  wirken entsprechend der vier Freiheitsgrade. Neben den aerodynamischen Luftkräften wirken außerdem Gravitationskräfte auf die Rinnsale. Die Schwerkraft muss nur bei den Gleichgewichtsbetrachtungen für die Rinnsale berücksichtigt werden, da die Gravitationskräfte in den Differentialgleichungen für die beiden translatorischen Freiheitsgrade des Seils schon erfasst sind. Für die beiden translatorischen Freiheitsgrade des Seiles und die Rotationsbewegungen der Rinnsale werden die Bewegungsgleichungen mittels der Lagrange-Gleichungen zweiter Art aufgestellt. Dabei werden für die beiden Freiheitsgrade des Seiles die hergeleiteten nichtlinearen Differentialgleichungen aus Kapitel 2.1 verwendet.

Die kinetische Energie ergibt sich aus

$$E_K = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{1}{2} m_i v_i^2 + \frac{1}{2} J_j \omega_j^2 + m \langle v_i \omega_j r \rangle , \quad \text{Gl. 4.6}$$

wobei das Spatprodukt im letzten Term die Kopplung von Translation und Rotation wiedergibt.

Die potentielle Energie ist die Summe der potentiellen Federenergien und der Gravitationsenergien.

$$E_P = \sum_{i=1}^4 k_i x_i + m_i h_i g \quad \text{Gl. 4.7}$$

Das Dissipationspotential der viskosen Dämpfung beträgt

$$E_D = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{1}{2} d_i v_i^2 + \frac{1}{2} d_j \omega_j^2 , \quad \text{Gl. 4.8}$$

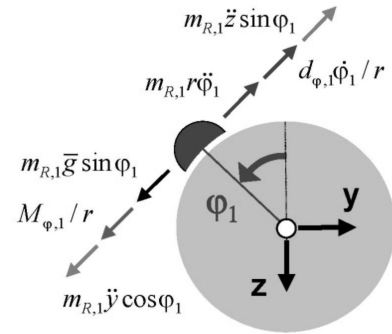
wobei  $x = (z, y, \varphi_1, \varphi_2)$ ,  $v = (\frac{\partial z}{\partial t}, \frac{\partial y}{\partial t})$ ,  $\omega = (\frac{\partial \varphi_1}{\partial t}, \frac{\partial \varphi_2}{\partial t})$ ,  $J = m_R r^2$  gilt.

Die Bewegungsgleichungen ergeben sich dann nach Lagrange zu

$$\frac{\partial E_K}{\partial t \partial v} + \frac{\partial E_D}{\partial v} - \frac{\partial E_P}{\partial x} - Q = 0 . \quad \text{Gl. 4.9}$$

Q steht für die äußeren Kräfte bzw. Momente gemäß dem betrachteten Freiheitsgrad.

Zur Verdeutlichung sind nachfolgend die Kräfte dargestellt, die nach Newton/d'Alembert auf die obere Rinnsalmasse einwirken. Aufgetragen sind nur die tangentialen Komponenten der Kräfte, da die radialen Komponenten kein Drehmoment bewirken. Auf das Rinnsal wirken neben der Massenträgheit, der Dämpfungs- und der Gewichtskraft der Rinnsalmasse noch die Luftkraft aus der Umströmung und Massenträgheitskräfte aus der Kopplung mit den Seilbewegungen.



**Bild 4.5:** Dynamische Kräfte

Für Seilschwingungen in der ersten Eigenform ergeben sich nach Gl. 4.9 die vier folgenden, gekoppelten Differentialgleichungen, wobei zu beachten ist, dass weitere Kopplungsterme und Nichtlinearitäten in den aerodynamischen Kräften  $F_{z,y}$  und  $M_{\phi,1/2}$  auf den rechten Seiten stecken.

$$\begin{aligned} \bar{m} \ddot{z} + d_z \dot{z} + k_1 z + 3k_2 z^2 + k_3 z^3 + k_2 y^2 + k_3 z y^2 \\ + m_{R,1} r \ddot{\phi}_1 \sin \phi_1 + m_{R,1} r \dot{\phi}_1^2 \cos \phi_1 - m_{R,2} r \ddot{\phi}_2 \sin \phi_2 - m_{R,2} r \dot{\phi}_2^2 \cos \phi_2 &= F_z \\ \bar{m} \ddot{y} + d_y \dot{y} + k_{12} y + k_3 y^3 + 2k_2 z y + k_3 y z^2 \\ - m_{R,1} r \ddot{\phi}_1 \cos \phi_1 + m_{R,1} r \dot{\phi}_1^2 \sin \phi_1 + m_{R,2} r \ddot{\phi}_2 \cos \phi_2 - m_{R,2} r \dot{\phi}_2^2 \sin \phi_2 &= F_y \\ m_{R,1} r^2 \ddot{\phi}_1 + d_{\phi} \dot{\phi}_1 - m_{R,1} r \bar{g} \sin \phi_1 + m_{R,1} r \ddot{z} \sin \phi_1 - m_{R,1} r \ddot{y} \cos \phi_1 &= M_{\phi,1} \\ m_{R,2} r^2 \ddot{\phi}_2 + d_{\phi} \dot{\phi}_2 + m_{R,2} r \bar{g} \sin \phi_2 - m_{R,2} r \ddot{z} \sin \phi_2 + m_{R,2} r \ddot{y} \cos \phi_2 &= M_{\phi,2} \end{aligned} \quad \text{Gl. 4.10}$$

Die ersten beiden Differentialgleichungen von Gl. 4.10 stehen für das Kräftegleichgewicht der Seilmasse in horizontaler (Freiheitsgrad z) und vertikaler Richtung (Freiheitsgrad y). Auf den linken Seiten erkennt man die nichtlinearen gekoppelten Differentialgleichungen nach Seiltheorie aus Kapitel 2.1. Hinzugekommen sind Kopplungsterme durch die Rinnsalbewegungen in den zweiten Zeilen.

Gleichungen 3 und 4 des Gleichungssystems 4.10 stehen für das Momentengleichgewicht der beiden Rinnsale mit den Freiheitsgraden  $\phi_1$  und  $\phi_2$ . Die Analogie des Rinnsalverhaltens zu einem fußpunkterregten Pendel zeigt sich auch in diesen beiden Differentialgleichungen. Die ersten drei Terme auf der linken Seite entsprechen der Differentialgleichung eines viskos

gedämpften Pendels. Die Fußpunkterregung durch die Seilbeschleunigung wird in den beiden darauffolgenden Kopplungstermen sichtbar.

Auf den rechten Seiten der Differentialgleichungen stehen die den Freiheitsgraden entsprechenden Einwirkungen, hier die stationären Luftkräfte, die sich aus dem Produkt von Staudruck und aerodynamischen Kraftbeiwert C ergeben.

$$\begin{aligned} F_{z/y} &= \frac{\rho D}{2} U^2 C_{z/y}(\alpha, \beta), \\ M_{\varphi,1/2} &= \frac{\rho D^2}{2} U^2 C_{\varphi,1/2}(\alpha, \beta), \end{aligned} \quad \text{Gl. 4.11}$$

wobei  $\rho$  die Luftdichte und D der Seildurchmesser ist.

Diese Luftkräfte sind abhängig von den Bewegungsvariablen. Die Abhängigkeit von den Strukturbewegungen wird durch den relativen Anströmwinkel  $\alpha$  ausgedrückt (Bild 4.7). Aus dieser nichtlinearen Abhängigkeit der Kraftbeiwerte von dem Anströmwinkel  $\alpha$  ergeben sich weitere Nichtlinearitäten und Kopplungsterme in den Bewegungsgleichungen (Gl. 4.20).

Die hergeleiteten Differentialgleichungen werden in eine dimensionslose Form gebracht. Es ergibt sich das Gleichungssystem 4.12, wobei nun der Punkt für eine partielle Ableitung nach der dimensionslosen Zeitgröße  $\tau$  steht (Gl. 4.13). In dieser dimensionslosen Formulierung erkennt man gut die einzelnen Anteile aus Massenträgheit, Dämpfung, Steifigkeit und nichtlinearer Kopplung.

$$\begin{aligned} \ddot{Z} + 2\xi_z \dot{Z} + Z + \kappa_2 Z^2 + \kappa_3 Z^3 + \kappa_2 Y^2 + \kappa_3 ZY^2 \\ + \varepsilon_1 \ddot{\Phi}_1 \sin \Phi_1 + \varepsilon_1 \dot{\Phi}_1^2 \cos \Phi_1 - \varepsilon_2 \ddot{\Phi}_2 \sin \Phi_2 - \varepsilon_2 \dot{\Phi}_2^2 \cos \Phi_2 &= \nu u^2 C_z \\ \ddot{Y} + 2\xi_y \dot{Y} + \kappa_{12} Y + \kappa_3 Y^3 + \kappa_2 ZY + \kappa_3 YZ^2 \\ - \varepsilon_1 \ddot{\Phi}_1 \cos \Phi_1 + \varepsilon_1 \dot{\Phi}_1^2 \sin \Phi_1 + \varepsilon_2 \ddot{\Phi}_2 \cos \Phi_2 - \varepsilon_2 \dot{\Phi}_2^2 \sin \Phi_2 &= \nu u^2 C_y \\ \ddot{\Phi}_1 + 2\xi_{\Phi,1} \dot{\Phi}_1 - \omega \sin \Phi_1 + 2\ddot{Z} \sin \Phi_1 - 2\ddot{Y} \cos \Phi_1 &= \mu_1 u^2 C_{\Phi,1} \\ \ddot{\Phi}_2 + 2\xi_{\Phi,2} \dot{\Phi}_2 + \omega \sin \Phi_2 - 2\ddot{Z} \sin \Phi_2 + 2\ddot{Y} \cos \Phi_2 &= \mu_2 u^2 C_{\Phi,2} \end{aligned} \quad \text{Gl. 4.12}$$

Die dimensionslosen Größen sind wie folgt definiert.

$$\begin{aligned} Z = \frac{z}{D}; Y = \frac{y}{D}; \Phi = \varphi; \dot{X} = \frac{\partial X}{\partial \tau}; \tau = \omega_z t; \bar{m} = m_s + m_{R,1} + m_{R,2}; \\ \varepsilon_{1/2} = \frac{m_{R,1/2}}{2\bar{m}}; D = 2r; \omega = \frac{\omega_\varphi^2}{\omega_z^2}; \omega_z^2 = \frac{k_1}{\bar{m}}; \omega_\varphi^2 = \frac{g \cos \delta}{r}; \\ \kappa_{12} = \frac{k_{12}}{k_1}; \kappa_2 = D \frac{k_2}{k_1}; \kappa_3 = D^2 \frac{k_3}{k_1}; u = \frac{U}{\omega_z D}; \nu = \frac{\rho \cdot D^2}{2 \cdot \bar{m}}; \mu_{1/2} = \frac{2\rho \cdot D^2}{m_{R,1/2}}; \\ \xi_z = \frac{d_z}{2\omega_z \bar{m}}; \xi_y = \frac{d_y}{2\omega_z \bar{m}}; \xi_{\Phi,1/2} = \frac{2d_{\Phi,1/2}}{\omega_z m_{R,1/2} D^2} \end{aligned} \quad \text{Gl. 4.13}$$

Aufgrund der im Vergleich zur Seilmasse nur sehr kleinen Rinnsalmassen können die Kopplungsterme mit dem Faktor  $\varepsilon$  in Gl. 4.12 vernachlässigt werden. Es ergeben sich dann nach Kapitel 2.1 folgende Bewegungsgleichungen für Seilschwingungen in der ersten Eigenform:

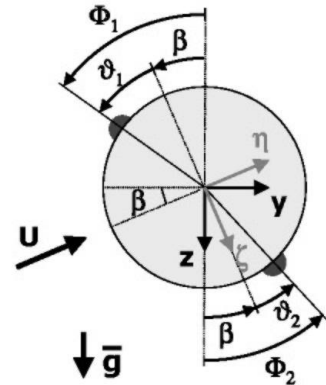
$$\begin{aligned}
 \ddot{Z} + 2\xi_Z \dot{Z} + Z + \kappa_2 Z^2 + \kappa_3 Z^3 + \kappa_2 Y^2 + \kappa_3 ZY^2 &= \nu u^2 C_Z \\
 \ddot{Y} + 2\xi_Y \dot{Y} + Y + \kappa_2 Y^2 + \kappa_3 Y^3 + \kappa_2 ZY + \kappa_3 YZ^2 &= \nu u^2 C_Y \\
 \ddot{\Phi}_1 + 2\xi_{\Phi,1} \dot{\Phi}_1 - \omega \sin \Phi_1 + 2\ddot{Z} \sin \Phi_1 - 2\ddot{Y} \cos \Phi_1 &= \mu_1 u^2 C_{\Phi,1} \\
 \ddot{\Phi}_2 + 2\xi_{\Phi,2} \dot{\Phi}_2 + \omega \sin \Phi_2 - 2\ddot{Z} \sin \Phi_2 + 2\ddot{Y} \cos \Phi_2 &= \mu_2 u^2 C_{\Phi,2}
 \end{aligned} \tag{Gl. 4.14}$$

Für die Seilschwingungen in den höheren Eigenmoden ( $n > 1$ ) setzt man zur Ermittlung der dimensionslosen Größen  $k_1 = k_{12}$ .

$$\begin{aligned}
 \ddot{Z} + 2\xi_Z \dot{Z} + Z + n^2 \kappa_3 Z^3 + n^2 \kappa_3 ZY^2 &= \nu u^2 C_Z \\
 \ddot{Y} + 2\xi_Y \dot{Y} + Y + n^2 \kappa_3 Y^3 + n^2 \kappa_3 YZ^2 &= \nu u^2 C_Y \\
 \ddot{\Phi}_1 + 2\xi_{\Phi,1} \dot{\Phi}_1 - \frac{\omega}{n^2} \sin \Phi_1 + 2\ddot{Z} \sin \Phi_1 - 2\ddot{Y} \cos \Phi_1 &= \mu_1 u^2 C_{\Phi,1} \\
 \ddot{\Phi}_2 + 2\xi_{\Phi,2} \dot{\Phi}_2 + \frac{\omega}{n^2} \sin \Phi_2 - 2\ddot{Z} \sin \Phi_2 + 2\ddot{Y} \cos \Phi_2 &= \mu_2 u^2 C_{\Phi,2}
 \end{aligned} \tag{Gl. 4.15}$$

Für die Ermittlung der Windkräfte ist eine Transformation der Seilkoordinaten in das lokale  $\eta$ - $\zeta$ -Koordinatensystem zur Ermittlung der Windkräfte erforderlich (Bild 4.2). Die Seilkoordinaten und Bewegungsvariablen werden durch folgende Transformationsvorschrift in die lokalen Koordinaten überführt (Bild 4.6).

$$\begin{pmatrix} \dot{\zeta} \\ \varphi_k \\ \dot{\varphi}_k \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \frac{\beta}{\Phi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{Z} \\ \dot{Y} \\ \Phi_k \\ \dot{\Phi}_k \end{pmatrix} \quad k = 1, 2. \tag{Gl. 4.17}$$



**Bild 4.6:** Transformationen

In der bisherigen Formulierung sind die Kopplungen und Nichtlinearitäten in den Luftkräften noch nicht enthalten. Die aerodynamischen Beiwerte sind abhängig von der Geometrie des umströmten Profils, dem Anströmwinkel und der Reynoldszahl. Unter Annahme von rein selbstinduzierten Luftkräften sind die aerodynamischen Kraftbeiwerte  $C$  Funktionen der Seilbewegung, der Lage und Geschwindigkeit der Rinnsale und des Winkels  $\beta$ . Die Abhängigkeit von den Strukturbewegungen wird durch den relativen Anströmwinkel  $\alpha$  beschrieben, der eine Funktion der Positionen der Rinnsale und der Strukturgeschwindigkeiten ist.

$$C(\alpha_1, \alpha_2) = C(\dot{\eta}, \dot{\zeta}, \varphi_1, \dot{\varphi}_1, \varphi_2, \dot{\varphi}_2) = C(\dot{Z}, \dot{Y}, \Phi_1, \dot{\Phi}_1, \Phi_2, \dot{\Phi}_2, \beta) \tag{Gl. 4.16}$$

Der Einfluss der sich im Strömungsfeld bewegenden Struktur auf die Strömungskräfte wird durch den relativen Anströmwinkel  $\alpha$  und der zugehörigen relativen Windgeschwindigkeit  $U_{rel}$  erfasst. Die geometrischen Verhältnisse zur Berechnung dieser Größen sind in Bild 4.7 dargestellt.

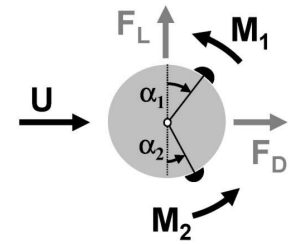
Der Betrag des relativen Windvektors  $U_{rel}$  ist gegeben durch

$$U_{rel}^2 = \left( U - \dot{\eta} + \dot{\vartheta}_1 \cos \vartheta_1 - \dot{\vartheta}_2 \cos \vartheta_2 \right)^2 + \left( \dot{\zeta} + \dot{\vartheta}_1 \sin \vartheta_1 - \dot{\vartheta}_2 \sin \vartheta_2 \right)^2 \quad \text{Gl. 4.18}$$

Mit der Annahme geringer Strukturgeschwindigkeiten kann die relative Windgeschwindigkeit  $U_{rel}$  gleich der effektiven Anströmgeschwindigkeit  $U$  gesetzt werden.

$$U_{rel} \cong U - \dot{\eta} \cong U, \quad \text{für } \dot{\eta}, \dot{\zeta}, \dot{\vartheta} \ll U. \quad \text{Gl. 4.19}$$

Der relative Anströmwinkel  $\alpha$  hängt von der Windgeschwindigkeit  $U$ , der momentanen Lage der Rinnsale und den Bewegungen der Massen ab. Der gesamte relative Anströmwinkel  $\alpha$  ergibt sich aus zwei Anteilen, der momentanen Lage  $\alpha_s$  des betreffenden Rinnsals und dem Winkel  $\alpha_v$ , der aus den Geschwindigkeiten der Struktur folgt. Dabei wird angenommen, dass die Geschwindigkeiten des



**Bild 4.8:** Messgrößen

Seiles und des Rinnsals klein gegenüber der Windgeschwindigkeit  $U$  sind. Der relative Anströmwinkel  $\alpha_1$  für das obere Rinnsal ergibt sich in der dimensionslosen Form zu

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha_s + \alpha_v \\ &= -\vartheta_1 + \arctan \left( \frac{\dot{\zeta} + \frac{r}{D} \dot{\vartheta}_1 \sin \vartheta_1}{u - \dot{\eta} + \frac{r}{D} \dot{\vartheta}_1 \cos \vartheta_1} \right) \\ &\cong -\vartheta_1 + \frac{\dot{\zeta}}{u} + \frac{\dot{\vartheta}_1}{2u} \sin \vartheta_1 \end{aligned} \quad \text{Gl. 4.20}$$

$$\text{mit } \dot{\zeta}, \dot{\vartheta} \ll U; \quad \alpha_v \ll 1; \quad \tan \alpha_v = \alpha_v.$$

Zur Ermittlung der aerodynamischen Kraftbeiwerte werden die effektiven Positionen der beiden Rinnsale über die relativen Anströmwinkel in Gl. 4.21 bestimmt.



$$\begin{aligned}\alpha_1 &= -\vartheta_1 + \frac{\dot{\zeta}}{u} + \frac{\dot{\vartheta}_1}{2u} \sin \vartheta_1 \\ \alpha_2 &= +\vartheta_2 - \frac{\dot{\zeta}}{u} + \frac{\dot{\vartheta}_2}{2u} \sin \vartheta_2\end{aligned}\quad \text{Gl. 4.21}$$

Zur Koordinatentransformation ist noch ein globaler Anströmwinkel aus den Strukturgeschwindigkeiten zu berechnen.

$$\bar{\alpha}_v = \frac{\dot{\zeta}}{u} + \frac{\dot{\vartheta}_1}{2u} \sin \vartheta_1 - \frac{\dot{\vartheta}_2}{2u} \sin \vartheta_2 \quad \text{Gl. 4.22}$$

Die aerodynamischen Kraftbeiwerte bezüglich des lokalen Koordinatensystems  $(\eta, \zeta)$  ergeben sich aus den gemessenen Auftriebs- und Widerstandsbeiwerten  $C_L$  und  $C_D$  sowie den Momentenbeiwerten  $C_{M,1}$  und  $C_{M,2}$  (s. Kap.5), wobei die Kraftbeiwerte aufgrund des Winkels  $\bar{\alpha}_v$  noch in die in lokalen Seilkoordinaten zu transformieren sind (Bild 4.7).

$$\begin{pmatrix} C_\zeta(\alpha_1, \alpha_2) \\ C_\eta(\alpha_1, \alpha_2) \\ C_{\vartheta_{1/2}}(\alpha_1, \alpha_2) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \bar{\alpha}_v & -\sin \bar{\alpha}_v & 0 \\ -\sin \bar{\alpha}_v & \cos \bar{\alpha}_v & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_L(\alpha_1, \alpha_2) \\ C_D(\alpha_1, \alpha_2) \\ C_{M,1/2}(\alpha_1, \alpha_2) \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 4.23}$$

Diese lokalen Kraftbeiwerte werden wieder in die Koordinaten in Richtung der vier globalen Freiheitsgrade  $y, z, \varphi_1$  und  $\varphi_2$  transformiert (Bild 4.6).

$$\begin{pmatrix} C_z \\ C_y \\ C_{\varphi_1} \\ C_{\varphi_2} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 & 0 \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_\zeta \\ C_\eta \\ C_{\vartheta_1} \\ C_{\vartheta_2} \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 4.24}$$

Die Kraftbeiwerte sind also Funktionen der beiden relativen Anströmwinkel  $\alpha_1, \alpha_2$ , dem globalen Anströmwinkel  $\alpha_v$  und dem Winkel  $\beta$  (Gl. 4.16). Die relativen Anströmwinkel  $\alpha_{1,2}$  sind wiederum Funktionen der momentanen Lage der Rinnsale sowie der Geschwindigkeiten der Rinnsale und des Seils.

Betrachtet man Gln. 4.14 und 4.16, dann sind folgende Kopplungen zwischen den einzelnen Freiheitsgraden sichtbar:

- Kopplung der Seilfreiheitsgrade  $z$  und  $y$  über nichtlineare Seiltheorie,
- Inertiale Kopplung der Rinnsalbewegungen mit der Seilbeschleunigung über die Fußpunkterregung der „Rinnsalpendel“,
- Aerodynamische Kopplung des Seils mit den Rinnsalen (Lage und Geschwindigkeit) über die Luftkräfte,
- Aerodynamische Kopplung der Rinnsale untereinander über Luftkräfte.

Nichtlinearitäten ergeben sich aus

- der geometrisch nichtlinearen Seiltheorie für die Seilbewegungen,
- der geometrisch nichtlinearen Pendelbewegungen der Rinnsale,
- den Kopplungstermen,
- der nichtlinearen Abhängigkeit der aerodynamischen Kraftbeiwerte von den relativen Anströmwinkeln  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  bzw. der Lage der Rinnsale.

Die nichtlinearen und gekoppelten Bewegungsdifferentialgleichungen 2. Ordnung in Gl. 4.15 werden zur Analyse in ein System von Differentialgleichungen 1. Ordnung transformiert (Kap. 2.2). Wobei die nun acht unabhängigen Variablen aus den bisherigen Freiheitsgraden und deren zeitliche Ableitung bestehen. In Abhängigkeit von den Parametern  $\lambda$  ergibt sich ein System von acht nichtlinearen, gekoppelten Differentialgleichungen 1. Ordnung.

$$\dot{x} = f(x, \lambda) \quad \text{Gl. 4.25}$$

$$\text{mit } \begin{aligned} x &= (Z, Y, \Phi_1, \Phi_2, \dot{Z}, \dot{Y}, \dot{\Phi}_1, \dot{\Phi}_2)^T \\ \lambda &= (u, \xi_z, \omega, \dots) \end{aligned}$$

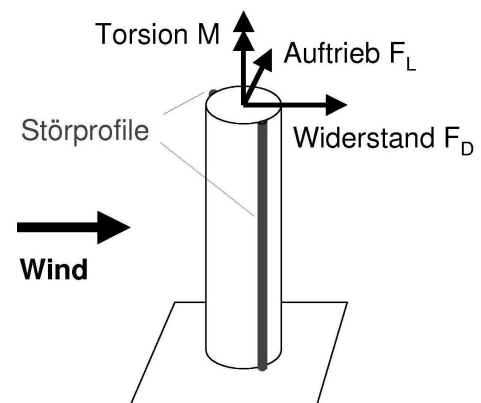
Die ersten vier Gleichungen folgen aus der gewählten Definition der unabhängigen Variablen  $x$  und die letzten vier Differentialgleichungen ergeben sich durch Auflösen des Gleichungssystems 2. Ordnung nach den Beschleunigungstermen.

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= x_{i+4} \\ \dot{x}_{i+4} &= g(x, \lambda) \end{aligned} \quad \text{für } i = 1, 2, 3, 4 \quad \text{Gl. 4.26}$$

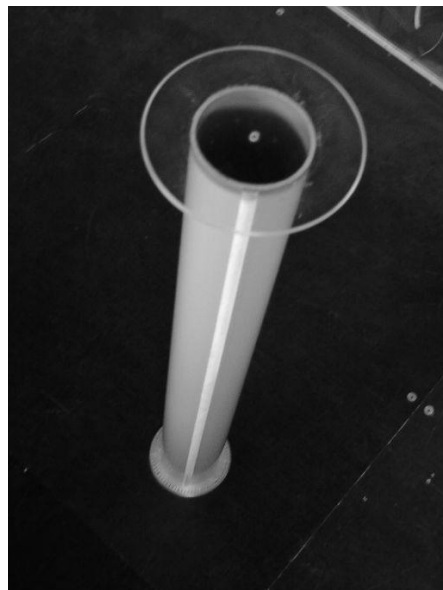
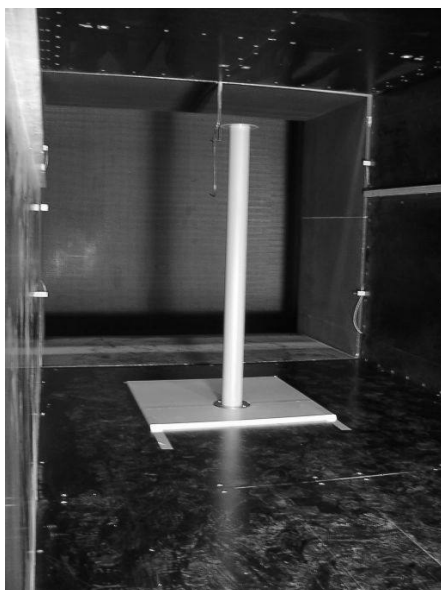
Das gekoppelte System nichtlinearer Differentialgleichungen 1. Ordnung kann nun mit Hilfe der Verzweigungs- und Stabilitätstheorie untersucht werden (Kap. 2.2).

## 5 WINDKANALVERSUCHE

Zur Bestimmung der aerodynamischen Beiwerte wurden vom Autor Versuche im Grenzschichtwindkanal des Instituts für Mechanik der Universität Hannover durchgeführt. Dabei wurden die stationären Windkräfte auf ein 1 m langes PVC-Rohr mit künstlichen Rinnsalen gemessen. Neben den Widerstands- und Auftriebskräften wurden die Torsionsmomente am stationären Zylinder ermittelt (Bild 5.1). Widerstands-, Auftriebs- und Momentenbeiwerte wurden an einer zuvor kalibrierten 6-Komponenten-Waage bei einer Windgeschwindigkeit von 10 m/s in laminarer Strömung gemessen. Der Windkanal hat einen Querschnitt von 2,00 m x 2,40 m (Bardowicks, 1980). Um Maßstabseffekte zu verhindern, wurden Zylinder und künstliche Regenwasserrinnsale im Originalmaßstab nachgebildet. Das PVC-Rohr mit einem Außendurchmesser von 110 mm wurde mit einer Endscheibe von 200 mm Durchmesser versehen (Bild 5.2) und normal zur Profilachse laminar angeströmt (Bild 5.1). Die Rinnsale wurden durch Störprofile aus Holz simuliert. Diese Störnasen auf dem Rohr sind im Standardfall halbkreisförmig und mit Klebestreifen auf dem Rohr befestigt. Die Abmessungen der hier untersuchten Störnasen sind in Bild 5.3 mit denen aus Versuchen von Yamaguchi und Gu & Lu, die Modelle mit Durchmessern von 10 cm untersuchten, verglichen (Yamaguchi, 1990; Gu & Lu, 2001). In Vergleich zu den von Yamaguchi und Gu & Lu verwendeten Störprofilgrößen sind



**Bild 5.1:** Windkanalmodell



**Bild 5.2:** Modell im Windkanal

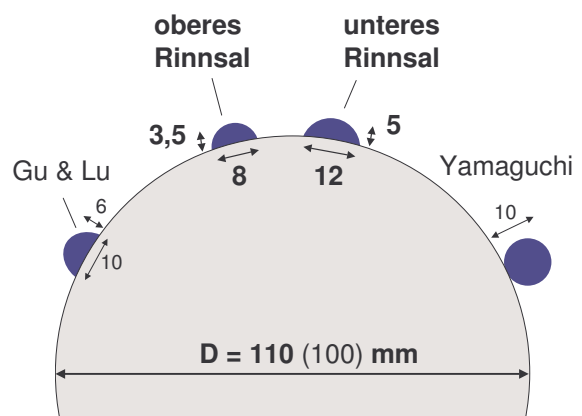
die hier gewählten Profile bei einem größeren Modelldurchmesser flacher.

Es ergibt sich im hier untersuchten Fall eine Reynoldszahl (Gl. 3.2) von

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} \approx 7 \cdot 10^4 \quad \text{Gl. 5.1}$$

Die Reynoldszahl liegt also für den Fall eines ungestörten Kreisprofils im unterkritischen Bereich. Eine Untersuchung der Windkraftbeiwerte für Windgeschwindigkeiten zwischen 5 bis 20 m/s ergab einen vernachlässigbaren Einfluss der Reynoldszahl auf die Windkräfte eines Windkanalmodells mit zwei Rinnsalen.

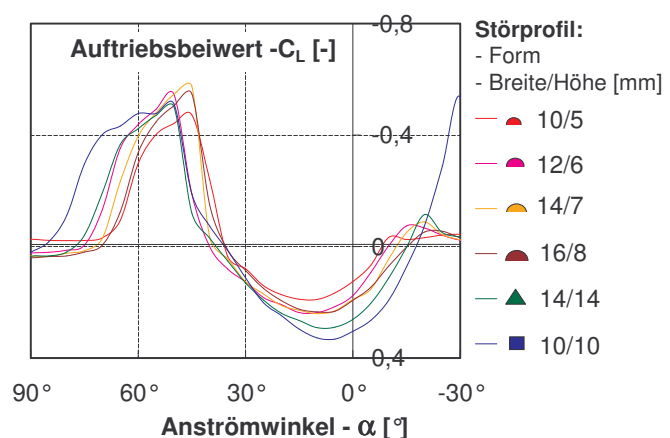
In einer ersten Testreihe wurde der Einfluss der Form und Größe der Störnase in Hinblick auf die Windkraftbeiwerte untersucht. Es ergab sich auch hier wie bei dem Einfluss der Reynoldszahl nur eine geringe Abhängigkeit der Beiwerte von der Größe und der Form der untersuchten Profile. Exemplarisch ist dies in Bild 5.5 für den Auftriebsbeiwert an einem Modell mit einem Störprofil gezeigt. Von den Durchschnittswerten weichen nur die Werte des Modells mit dem quadratischen Querschnitt deutlich ab. Trotz stark abweichender Profilformen und –größen ist der qualitative Verlauf bei allen Störprofiltypen gleich.



**Bild 5.3:** Störprofile – künstliche Rinnsale

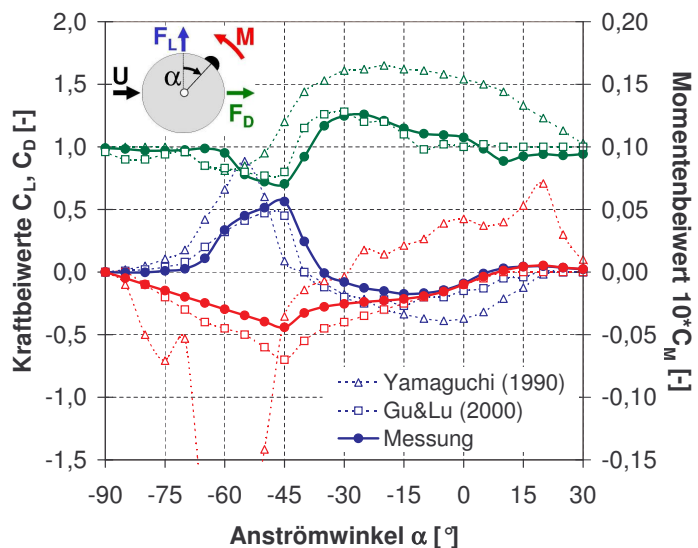
Die aerodynamischen Beiwerte wurden sowohl für die Konfiguration mit einem als auch für zwei Rinnsale in Abhängigkeit der Anströmwinkel  $\alpha_i$  bestimmt. Der Anströmwinkel wurde dabei in Schritten von  $5^\circ$  geändert. Die aerodynamischen Kraftbeiwerte für den untersuchten

Kreiszyylinder mit nur einem Rinnsal sind in Bild 5.5 dargestellt, wobei die Form und Größe entsprechen denen des oberen Rinnsals in Bild 5.3. Die aerodynamischen Kraftbeiwerte wurden in Abhängigkeit von der Position eines Rinnsals ermittelt und mit den Ergebnissen der Windkanalmessungen von Yamaguchi und Gu & Lu verglichen. Die Beiwerte



**Bild 5.4:** Einfluss Störprofilform

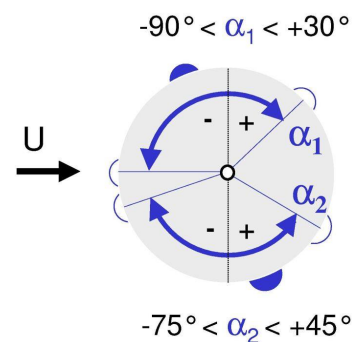
für das Luftkraftmoment auf das Rinnsal sind zehnfach überhöht dargestellt. Beim Vergleich der Beiwerte aus den verschiedenen Untersuchungen zeigt sich, dass der qualitative Verlauf aller Kraftbeiwerte übereinstimmt. Aufgrund des sehr viel größeren Störprofils ergeben sich jedoch bei Yamaguchi besonders beim Windkraftmoment höhere Werte als bei den anderen Versuchen.



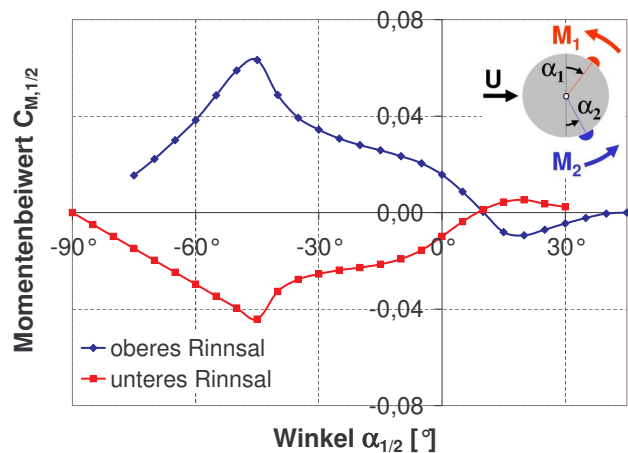
**Bild 5.5:** Kraftbeiwerte für Zylinder mit 1 Störprofil

Bei einer Neigung des Störprofils von ungefähr  $45^\circ$  in den Wind kommt es in den Kurven aller Kraftbeiwerte zu großen Gradienten.

Für das neu entwickelte Modell zur Simulation von Regen-Wind-induzierten Schwingungen sind die aerodynamischen Beiwerte in Abhängigkeit der Positionen des oberen und unteren Rinnsals von Hauptinteresse. Die untersuchten Winkelbereiche für den Fall mit zwei Rinnsalen sind in Bild 5.6 dargestellt. Mit einem zweiten Rinnsal bzw. Störprofil auf dem Kreiszylinder ist mit einer Veränderung der Widerstands- und der Auftriebsbeiwerte zu rechnen, die Momentenbeiwerte als Beschreibung der Windkraft auf die Rinnsale ist eine eher lokale Strömungsgröße und wird durch Störungen auf der anderen Seite des Profils nicht stark beeinflusst. Dies ist auch in den entsprechenden Windkanalversuchen beobachtet worden. Die Momentenbeiwerte sind daher von den Versuchen mit einem Rinnsal übernommen worden (Bild 5.7).

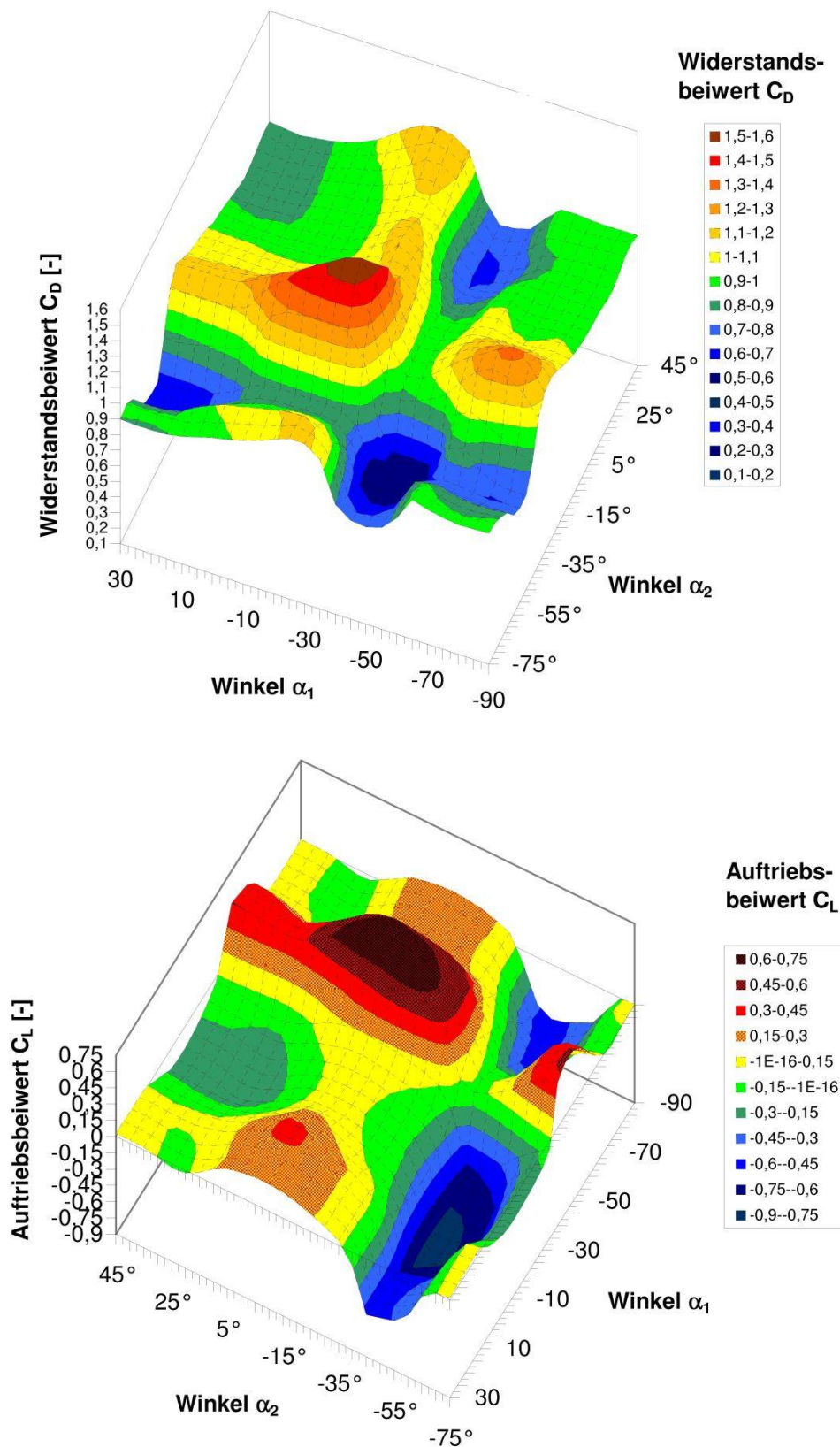


**Bild 5.6:** Untersuchter Winkelbereich



**Bild 5.7:** Aerodynamische Momentenbeiwerte

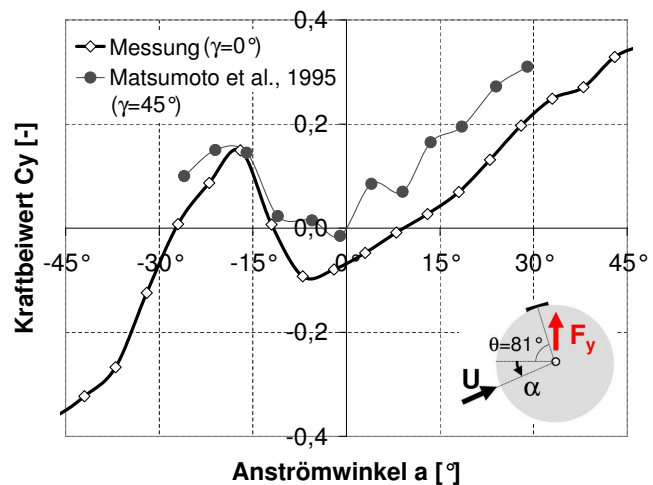
In Bild 5.8 sind die aerodynamischen Kraftbeiwerte in Abhängigkeit der Lagen der beiden künstlichen Rinnsale dargestellt. Beim Durchfahren einer Stellung eines der Rinnsale von  $\alpha_{1/2}$



**Bild 5.8:** Aerodynamische Kraftbeiwerte in Abhängigkeit der Rinnsalpositionen

=  $-45^\circ$  ändert sich das Strömungsfeld und es kommt bei diesen Positionen der Störprofile zu einer starken Veränderung der Beiwerte. Sowohl der Widerstands- und der Auftriebsbeiwert als auch die Momentenbeiwerte zeigen dort große Gradienten. Die Kurven der aerodynamischen Beiwerte wurden für die Berechnungen geglättet. Werte zwischen den Messpunkten wurden durch kubische Spline-Funktionen interpoliert.

Die aerodynamischen Beiwerte wurden in dieser Arbeit an einem Modell ermittelt, dessen Achse normal zur Windanströmung steht. Es werden nun die so ermittelten Beiwerte mit denen von Matsumoto verglichen, der die Werte an einem Zylinder mit einem Windanstellwinkel zur Modellachse von  $\gamma = 45^\circ$  gemessen hat (Matsumoto et al., 1995). Der Windanstellwinkel  $\gamma$  ist in Bild 4.1 definiert. Rechnet man die Beiwerte entsprechend der Winkeldefinitionen von der Messung mit  $\gamma = 0^\circ$  auf  $\gamma = 45^\circ$  um, so ergibt sich für den Beiwert der vertikalen Kraftkomponente ein qualitativ gleicher Verlauf für beide Bedingungen. Entscheidend sind hier die ungefähr gleiche Gradienten der Kurven und nicht deren absolute Werte. Die hier ermittelten Beiwerte sind also übertragbar auf den Fall, wo das Seil nicht normal zur Achse angeströmt wird und mit dreidimensionalen Strömungseffekten gerechnet werden muss. Zu beachten ist, dass Matsumoto das Rinnsal durch einen flachen Klebestreifen simulierte.



**Bild 5.9:** Kraftbeiwert für verschiedene Anstellwinkel (Matsumoto,1995)

## **6 ERGEBNISSE**

Im folgenden Kapitel wird anhand einer Beispielrechnung das Systemverhalten des Rechenmodells veranschaulicht und die Ergebnisse mit verschiedenen Windkanalversuchen und Beobachtungen an der Erasmus-Brücke in Rotterdam verglichen. Bei der Stabilitätsanalyse wird entsprechend Kap. 2.2 vorgegangen. Der Einfluss verschiedener Parameter auf das Stabilitätsverhalten wird untersucht und der Anregungsmechanismus, der sich aus dem Modell ergibt, diskutiert.

### **6.1 BEISPIELRECHNUNG**

#### **6.1.1 Parameterwerte**

Das Stabilitätsverhalten des Modells soll anhand einer Beispielrechnung verdeutlicht werden. Die für die Beispielrechnung gewählten Parameterwerte sind in Tab. 6.1 aufgeführt. Für das Seil sind die Werte aus den Windkanalversuchen in (Saito et al., 1990) gewählt worden. Seildurchmesser, Eigenfrequenz und die Scruton-Zahl wurden entsprechend der Versuche angesetzt ebenso wie die untersuchte Seilneigung und der Windanstellwinkel. Die Rinnsalparameter wurden in einem Versuchsprogramm am Institut für Stahlbau der TU Braunschweig ermittelt. Als Variationsparameter wurde die Windgeschwindigkeit gewählt bei festen anderen Eingangsgrößen. Zur numerischen Stabilitätsanalyse des dynamischen Systems wurde ein selbstentwickeltes Simulationsprogramm verwendet.

In der Berechnung werden oberes und unteres Rinnsal entsprechend der in Kapitel 5 dargestellten Windkanalversuche angesetzt. Bei einer Höhe von 3,5 mm bzw. 5 mm und einer Breite von 8 mm bzw. 12 mm ergeben sich daraus eine Rinnsalmasse von ca. 0,06 kg/m für das obere Rinnsal und ungefähr 0,08 kg/m für das untere Rinnsal. Auf Grundlage von Versuchen, die innerhalb des Forschungsvorhabens „Regen-Wind-induzierte Schwingungen“ am Institut für Stahlbau der TU Braunschweig durchgeführt wurden, wurde der Wert der Dämpfungskonstanten für beide Rinnsale zu  $d_{\phi,1/2} = 0.025 \text{ Nms}$  gewählt (Peil, 1999). Dabei ist an einem rotierenden Rohr die Auslenkung des unteren Rinnsals in Abhängigkeit von der Rotationsgeschwindigkeit des Rohres ermittelt worden. Aus der Auslenkung lässt sich dann auf die Scherkraft zwischen Rinnsal und Rohroberfläche bzw. auf die Dämpfungskraft schließen.

Die aerodynamischen Kraftbeiwerte sind in Windkanalversuchen an einem Modell mit zwei künstlichen Rinnsalen ermittelt worden (Kap. 5). Dabei wurde von einer konstanten Rinnsalform und -masse ausgegangen (Kap. 4.1).



Wie in den Parameteruntersuchungen noch später gezeigt wird, bleibt das phänomenologische Verhalten des Systems auch bei starker Veränderung der Parameter qualitativ immer gleich (Kap. 6.3). Das gilt für Variationen der Seil- und Rinnsalparameter ebenso wie für die aerodynamischen Kraftbeiwerte. Die hier präsentierten Ergebnisse für die gewählten Parameterwerte der Beispielrechnung sind also allgemein gültig und übertragbar auf praktische Berechnungen bestehender Seilkonstruktionen.

	<b>Saito (1994)</b>	<b>Hikami (1988)</b>	<b>Flamand (1994)</b>	<b>Verwiebe (1996)</b>	<b>Geurts (1999)</b>
	Windkanal	Windkanal	Windkanal	Windkanal	Erasmus- Brücke
Lagerung Modell	beidseitig	beidseitig	beidseitig	einseitig	-
<b>Messung:</b>					
Material	PE	PE	PE / PP	Plexiglas	HDPE
Durchmesser D [mm]	160	140	168	100	210
Eigenfrequenz f [Hz]	0,57	2	1	2,4	0,83 (2.Ef)
Dämpfungsgrad $\xi$ [%]	0,05	-	0,1	0,73	0,15
Scrutonzahl Sc [-]	3,8	-	1,1	8	25
Seilneigung $\delta$ [°]	25	45	25	30	30
Windanstellwinkel $\gamma$ [°]	34	45	30	90	25
Krit. Windgeschw. $U_0$ [m/s]	8-13	10-13	8-12	15 – 21 22 – 30	14
Max. z/D [-] Amplituden y/D [-]	> 2 -	1 -	1,1 -	2*1,3 2*1,3	< 3
<b>Rechnung:</b>					
Rinnsalmasse oben [kg/m] unten	0,06 0,08	0,06 0,08	0,06 0,08	0,06 0,08	0,10 0,12
Rinnsaldämpfung oben [Nms/(rad m)] unten	0,025 0,025	0,025 0,025	0,025 0,025	0,025 0,025	0,025 0,025
Krit. Windgeschw. $U_0$ [m/s]	9-12,5	8-12	9 – 12,5	15 – 21 > 26	13 – 16
Max. y/D [-] Amplituden z/D [-]	4,5 0,4	- -	0,8 1,9	2,6 2,6	1,2 0,8

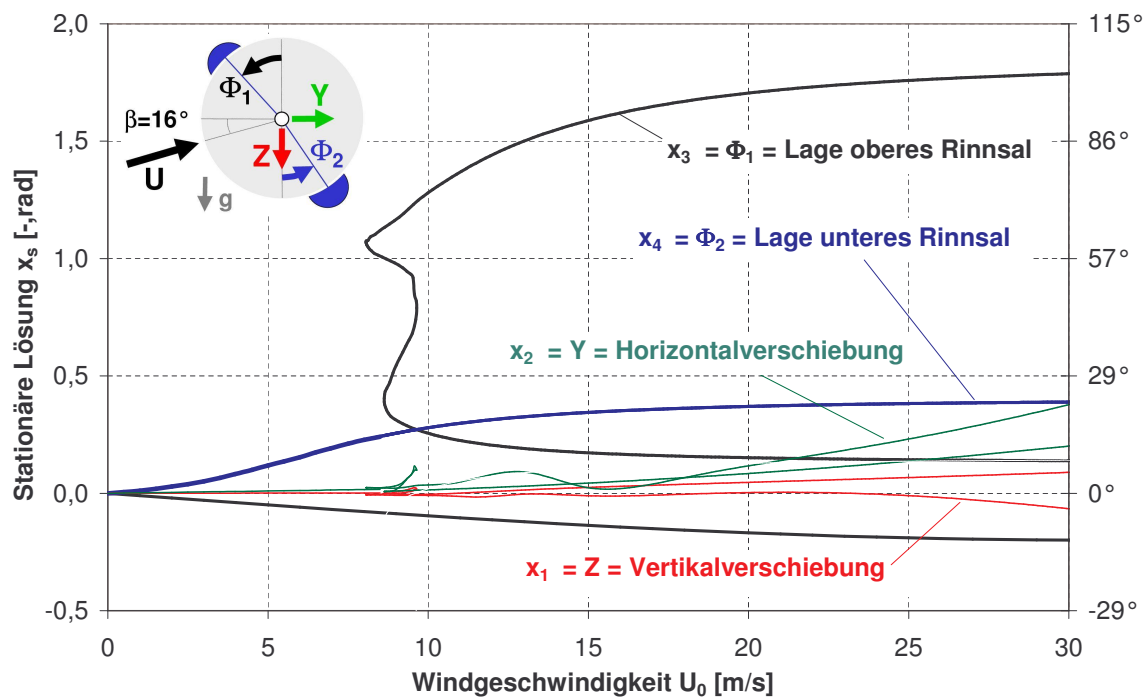
**Tabelle 6.1:** Parameterwerte für Modellberechnungen

### 6.1.2 Stationäre Lösungen

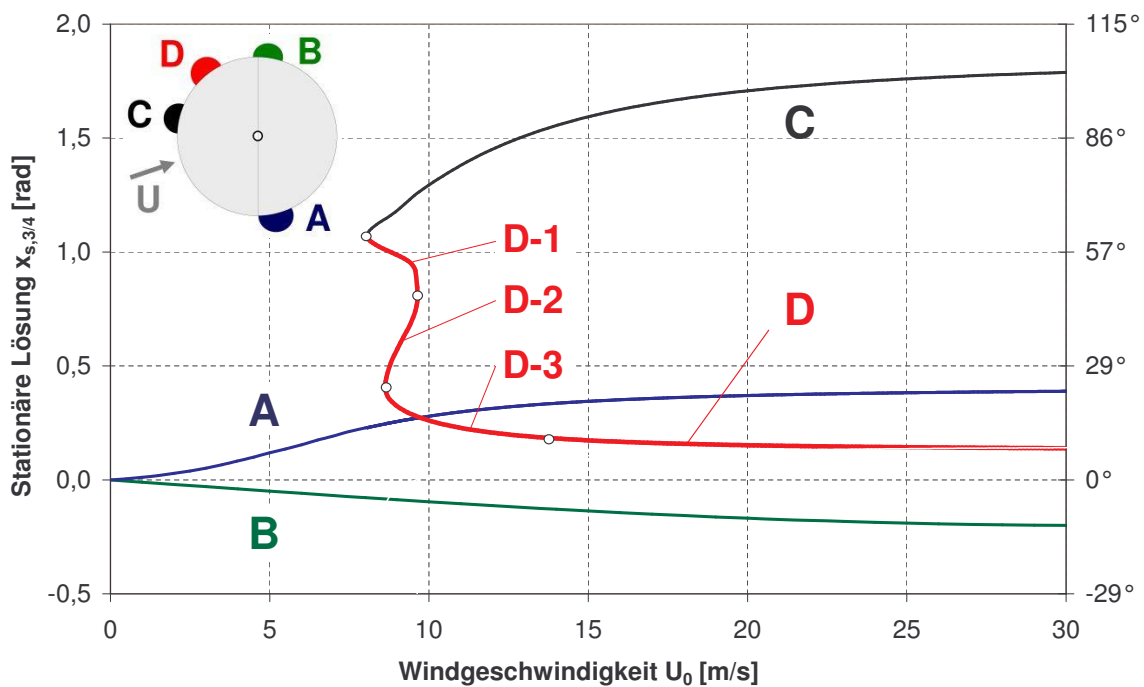
Im ersten Schritt der Stabilitätsanalyse werden die stationären Lösungen  $x_s$  bzw. die statischen Gleichgewichtslagen ermittelt. Dazu werden wie in Kap. 2.2 beschrieben die zeitlichen Ableitungen in den Bewegungsgleichungen zu Null gesetzt und das nichtlineare Gleichungssystem Gl. 6.1 gelöst. Die quasi-stationären Windkräfte und die Gewichtskräfte stehen dabei im statischen Gleichgewicht.

$$0 = f(x_s, \lambda) \quad \text{Gl. 6.1}$$

Für die vier Freiheitsgrade des Modells ist in Bild 6.1 der Verlauf der Lösungen über der Windgeschwindigkeit dargestellt. Das System hat für die gewählten Parameterwerte der Beispielrechnung je nach Geschwindigkeit zwei, vier oder sechs mögliche stationäre Lösungen. Besonders deutlich ist dies an der stationären Lösung für den Freiheitsgrad  $\phi_1$ , also den statischen Gleichgewichtslagen des oberen Rinnsals sichtbar (Bild 6.2). Für kleine Windgeschwindigkeiten bis ca. 8 m/s existieren zwei stationäre Lösungen, A und B. Betrachtet man die Rinnsale als Pendel, dann sind die beiden Lagen A und B als stabile untere Lage eines Pendels und als instabile obere Gleichgewichtslage interpretierbar. Punkt A verhält sich für den Freiheitsgrad Rotation des Rinnsals wie ein Fokuspunkt im zweidimensionalen Fall, B wie ein instabiler Knotenpunkt. Der Verlauf der Lösung A über der Windgeschwindigkeit zeigt, dass je stärker der Wind bläst, umso weiter wird das untere Rinnsal leewwärts gedrückt. Die instabile Lage B rückt mit steigender Windgeschwindigkeit immer weiter aus den Wind.



**Bild 6.1:** Stationäre Lösungen in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit



**Bild 6.2:** Stationäre Lösungen und Verzweigungspunkte für die Rinnsale

Für Windgeschwindigkeiten größer als 8 m/s ergeben sich zwei bzw. vier weitere stationäre Lösungen, C und D. Fixpunkt C ist wie Punkt B ein Knotenpunkt, Lösungen D-1 und D-3 sind Fokuspunkte. Einzig mögliche Lösung für ein stabiles oberes Rinnsal ist also die stationäre Lösung D. Lösung D wird in drei Bereiche unterteilt. Die Lösungen im oberen Teilstück D-1 entsprechen Fokuspunkten genau wie die im Bereich D-3. Der dazwischenliegende Bereich D-2 markiert instabile Knotenpunkte.

Die stationären Lösungen ergeben sich aus den statischen Systemeigenschaften und den Windkräften. Im Bereich bis 8 m/s verhält sich das System wie ein einfaches Pendel. Es existieren eine stabile untere und eine instabile obere Gleichgewichtslage. Für höhere Windgeschwindigkeiten wirken die Windkräfte so, dass weitere Gleichgewichtslagen existieren, wobei sich instabile und stabile Fixpunkte abwechseln. Weitere Erläuterungen zu diesem Sachverhalt sind in Kap. 6.3 gegeben.

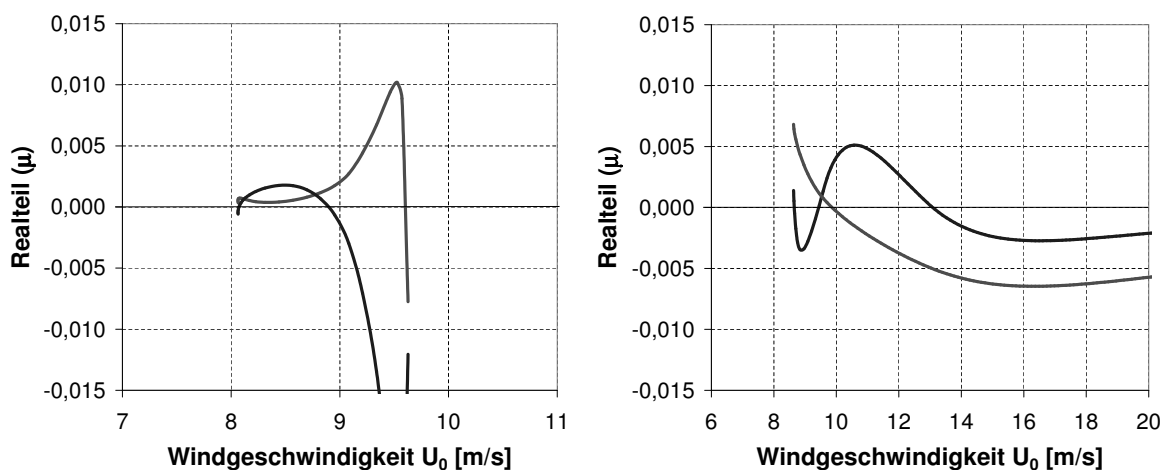
### 6.1.3 Stabilität der stationären Lösungen

An die Berechnung der statischen Gleichgewichtslagen schließt die Stabilitätsanalyse für jede der stationären Lösungen an. Dazu werden die Eigenwerte der Jakobi-Matrix des Systems untersucht. Über diese Eigenwerte wird ein Fixpunkt klassifiziert und seine Stabilität überprüft (Kap. 2.2).

Unterhalb einer Windgeschwindigkeit von ca. 8 m/s existieren die zwei stationären Lösungen A und B (Bild 6.1). Für Lösung A ergeben sich für den gesamten Geschwindigkeitsbereich bis zu 30 m/s konjugiert-komplexe Eigenwerte mit ausnahmslos negativen Realteilen, Lösung A verhält sich wie ein stabiler Fokuspunkt im zweidimensionalen Fall. Lösung B ergibt komplexe und positive reelle Eigenwerte, es handelt sich also um einen instabilen Knotenpunkt. Ein oberes Rinnsal kann sich als Lösung B nicht entwickeln. Wie bei einem Pendel würde ein oberes Rinnsal immer in die stabile untere Lage A fallen und sich mit dem unteren Rinnsal vereinigen. Die Lösung mit einem unteren Rinnsal ruft bei den hier gewählten Parameterwerten allerdings keine Schwingungsanregung hervor, da die Gleichgewichtslage A des unteren Rinnsals im gesamten Geschwindigkeitsbereich stabil ist bzw. ausschließlich negative Realteile der Eigenwerte ergibt.

Wird die kritische Windgeschwindigkeit von 8 m/s überschritten, sind weitere Gleichgewichtslagen möglich. Der obere Zweig C in Bild 6.2 stellt sich dabei als instabiler Knotenpunkt heraus. Damit sind die Punkte B und C instabil, das obere Rinnsal wird von diesen Lagen abgestoßen und wandert zu einer stabilen Gleichgewichtslage zwischen diesen beiden Punkten. Als Lösung für eine stabile Gleichgewichtslage des oberen Rinnsals kommt somit nur Lösung D in Frage. Für große Windgeschwindigkeiten stellt der Zweig D tatsächlich eine stabile Gleichgewichtslage dar. Die ausschließlich negativen Realteile der konjugiert-komplexen Eigenwerte identifizieren Lösung D dann als stabilen Fokuspunkt. Befindet sich das Rinnsal anfangs zwischen den beiden instabilen Punkten B und C, pendelt es in die statische Nulllage D. Bildet sich ein Rinnsal außerhalb dieses Bereiches B - C, so wandert es in die untere stabile Lage A.

Im weiteren wird nur die Stabilität der stationären Lösung D untersucht. Für die Eigenwerte der Jakobi-Matrix der Lösung D sind die maximalen Realteile in Bild 6.3 und die Imaginärtei-



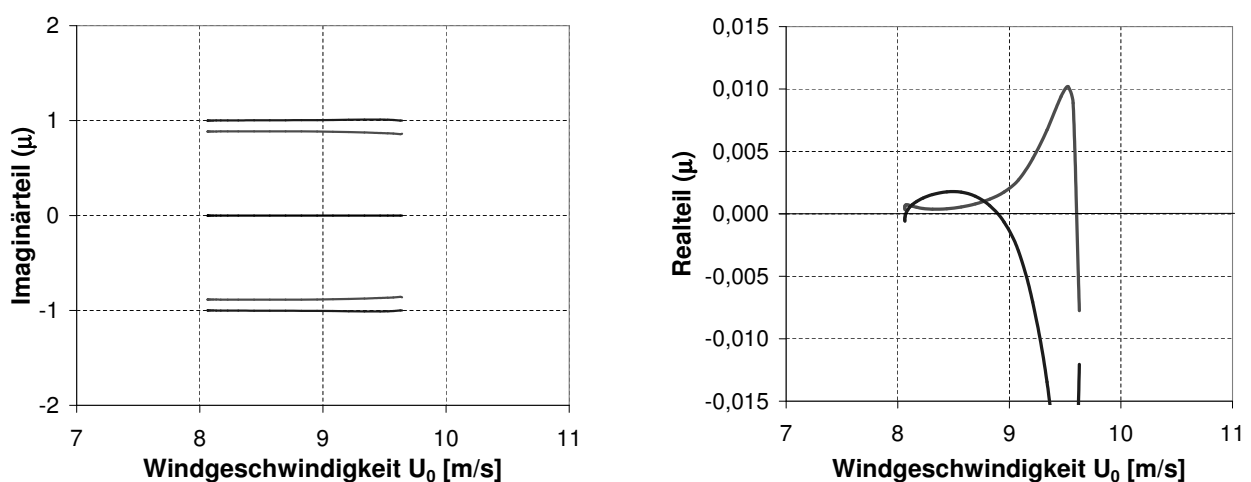
**Bild 6.3:** Maximale Realteile der Eigenwerte für Lösung D-1 und D-3

le in Bild 6.4 über der Windgeschwindigkeit aufgetragen. An Stellen, wo ein Realteil gleich Null ist, treten Hopf-Bifurkationen, d.h. Wechsel der Stabilität, auf (Kap. 2.2). Die Hopf-Bifurkationspunkte sind auch im Bild 6.2 dargestellt.

Ein erster instabiler Bereich mit positiven Realteilen der Eigenwerte der Jakobimatrix ergibt sich für Windgeschwindigkeiten zwischen ca. 8 und 9,5 m/s. Nach Bild 6.2 befindet sich dabei das obere Rinnsal in einer Position von ungefähr  $\Phi_1 = 60^\circ$ . Weitere Instabilitätsbereiche ergeben sich für Geschwindigkeiten zwischen ca. 8,6 und 13 m/s für Lösung D-3. Hier beträgt der Winkel des oberen Rinnsals zur Vertikalen nur ca.  $20^\circ$  (Bild 6.2).

In dem Geschwindigkeitsbereich zwischen 8 m/s und 13 m/s existieren positive Realteile, die Lösungen D-1 und D-3 sind instabil. In diesem Windgeschwindigkeitsbereich findet damit eine Schwingungsanregung statt, entweder mit einem unteren Rinnsal in Lage A und mit einem oberen Rinnsal in Lage D-1 oder in Lage D-3. Die beiden instabilen Bereiche D-1 und D-3 überschneiden sich für Windgeschwindigkeiten zwischen 8,6 und 9,5 m/s. Je nach Anfangsbedingungen wird das System entweder um den Arbeitspunkt D-1 oder um D-3 schwingen. Nach diesem Modell kann es bei Windgeschwindigkeiten zwischen 8,6 und 9,5 m/s zu zwei oberen Rinnsalen kommen.

Die Imaginärteile der Eigenwerte entsprechen den Eigenfrequenzen des Systems für kleine lineare Schwingungen um den stationären Punkt. Trennt man die Eigenwerte bzw. Frequenzen in die Translations- und Rotationsfreiheitsgrade, so ergibt sich, dass die Eigenfrequenz der translatorischen Bewegung über den gesamten Bereich konstant bei ungefähr eins liegt, wohingegen die Bewegungen der Rinnsale für anfangs kleine Windgeschwindigkeiten überkritisch gedämpft sind ( $\text{Im}(\mu) = 0$ ), die Frequenz wächst dann mit der Windgeschwindigkeit nichtlinear an (Bild 6.4). Im dem kritischen Anregungsbereich bei Windgeschwindigkei-



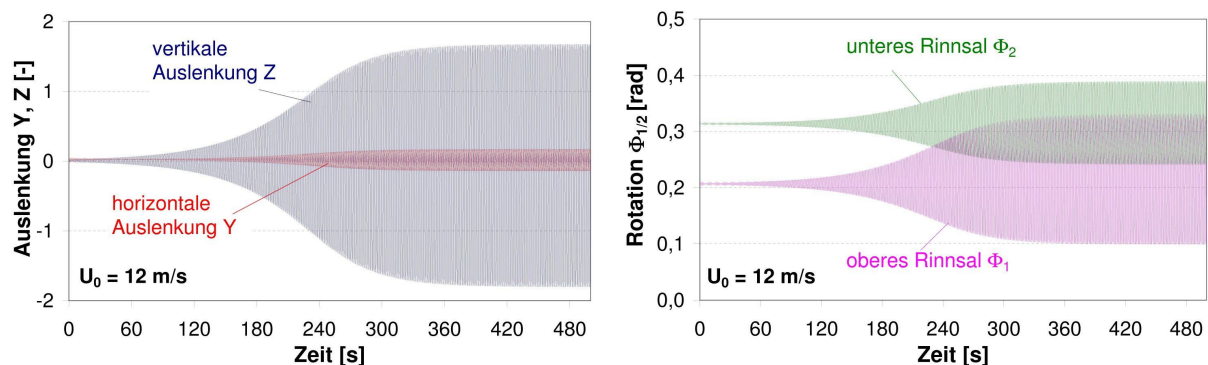
**Bild 6.4:** Imaginärteile der Eigenwerte der Jakobi-Matrix für Lösung D-1 und D-3

ten zwischen 8 und 13 m/s schwingt das System also in der Eigenfrequenz des Seiles. Durch die Kopplung der Massen bewegen sich die in diesem Bereich noch überkritisch gedämpften Rinnsale in der gleichen Frequenz. Die beiden translatorischen Eigenfrequenzen sind ein wenig verschieden. Nach dieser linearen Theorie ergibt sich dann auch bei den anfänglichen sehr kleinen Störungen zwei verschiedene Frequenzen für die Bewegungen in horizontaler und vertikaler Richtung, es kommt anfangs zu Schwingungen in Form einer Schwebung. Ist das System dann eingeschwungen, so ergeben sich gleiche Frequenzen, wie Zeitbereichssimulationen im nächsten Kapitel zeigen.

### 6.1.4 Periodische Lösungen

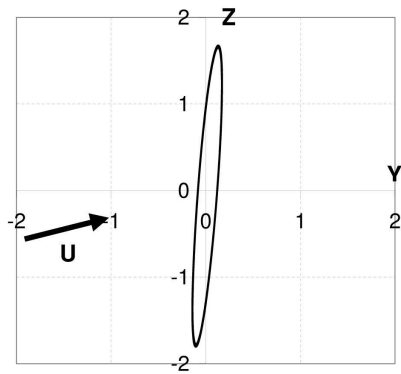
Die Stabilitätsuntersuchung der stationären Lösungen nach linearer Theorie ergibt mehrere Instabilitätsbereiche. Es wird nun untersucht, ob es in diesen Bereichen zu periodischen Schwingungen mit stabilen Grenzzyklen kommt. Dazu werden die Bewegungsgleichungen im Zeitbereich integriert und gegebenenfalls von einem so gefundenen Grenzzyklus aus weitere periodische Lösungen mit Hilfe des Schießverfahrens ermittelt (s. Kap. 2.2). Die Stabilität und Art der Grenzzyklusschwingungen werden anhand der charakteristischen Multiplikatoren identifiziert. Zur Zeitbereichssimulation wurde das Runge-Kutta-Verfahren 4.-5. Ordnung mit einer Zeitschrittweite von  $\Delta\tau = 0,01$  verwendet.

Für die stationäre Lösung D zeigten sich Instabilitäten in einem Windgeschwindigkeitsbereich von ca. 8 bis 13 m/s. Der zeitliche Verlauf der Schwingungen ist in Bild 6.5 für eine Windgeschwindigkeit von 12 m/s für die vier Freiheitsgrade dargestellt. Von einer kleinen Anfangsstörung der stationären Lösung D-3 ausgehend schaukelt sich das System in immer größere Schwingungsamplituden auf, bis der Grenzzyklus nach einer Einschwingzeit von ungefähr 5 min erreicht ist. Wie in den Versuchen von Saito schwingt das Seil hauptsächlich in vertikaler Richtung (Bild 6.6). Die Amplituden erreichen ein Mehrfaches des Seildurchmessers, bei



**Bild 6.5:** Zeitverlauf der Schwingungen für  $U_0 = 12$  m/s (D-3)

einer Geschwindigkeit von 12 m/s schwingt das System mit einer Doppelamplitude in

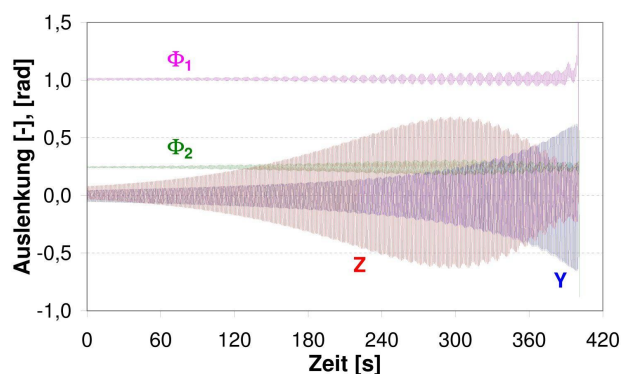


**Bild 6.6:** Grenzyklus-Orbit

Vertikalrichtung von umgerechnet ungefähr 60 cm. Die anfangs noch unterschiedlichen Schwingfrequenzen vom Seil in horizontaler und vertikaler Richtung verursachen anfangs eine Art Schwebung, die sich fortwährender Schwingungsdauer immer mehr an. Das untere bzw. das obere Rinnsal bewegen sich um ihre Gleichgewichtslagen mit Amplituden von ca. 15° bzw. 20°. In Bild 6.6 sieht man den Schwingungsorbit des Seiles im eingeschwungenen Zustand. Eine nähere

Betrachtung der einzelnen Schwingungskomponenten ergibt eine Phasenverschiebung zwischen den einzelnen Freiheitsgraden (s. Kap. 6.3).

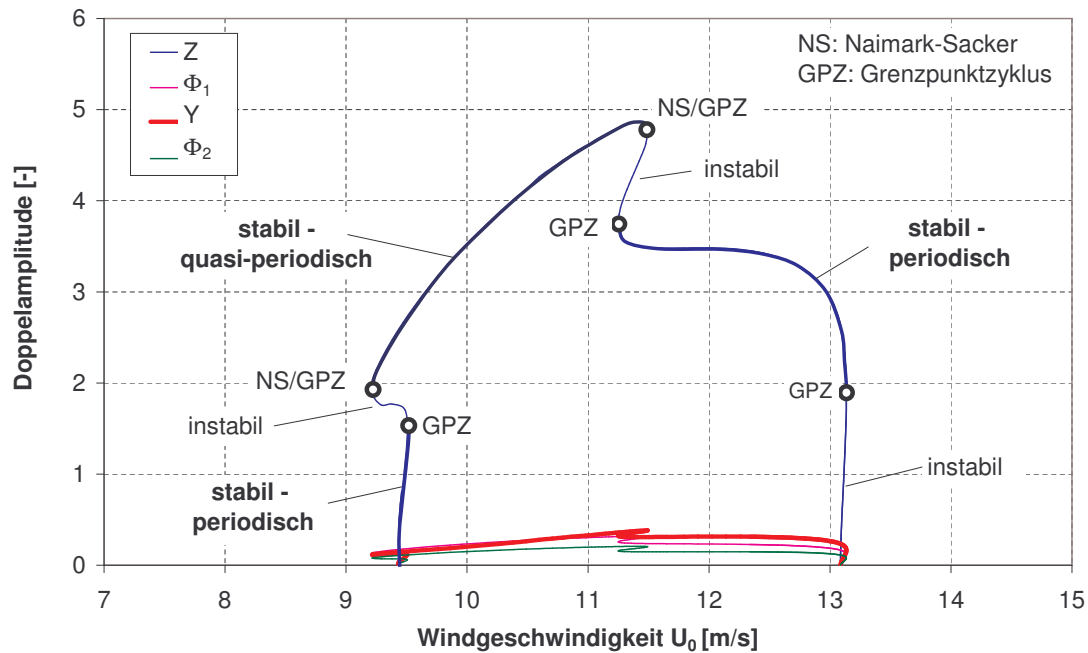
Der erste Instabilitätsbereich D-1 ergibt, ebenfalls von einer kleinen Störung ausgehend, eine Schwingungsanfachung. Für eine Windgeschwindigkeit von  $u = 8,5$  m/s ist dies in Bild 6.7 gezeigt. Doch bildet sich hier kein Grenzyklus aus. Ab einer gewissen Amplitude schießt die Lösung weg. Die Bewegungen sind derart groß, dass die relativen Anströmwinkel  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  zur Ermittlung der aerodynamischen Kraftbeiwerte nicht mehr im definierten Bereich liegen. In diesem Fall neigt sich das obere Rinnsal mit einem relativen Anströmwinkel von über 90° so weit in den Wind, dass die Windkraft es nun nach unten drücken würde. In der Praxis



**Bild 6.7:** Schwingungen bei  $U_0 = 8,5$  m/s

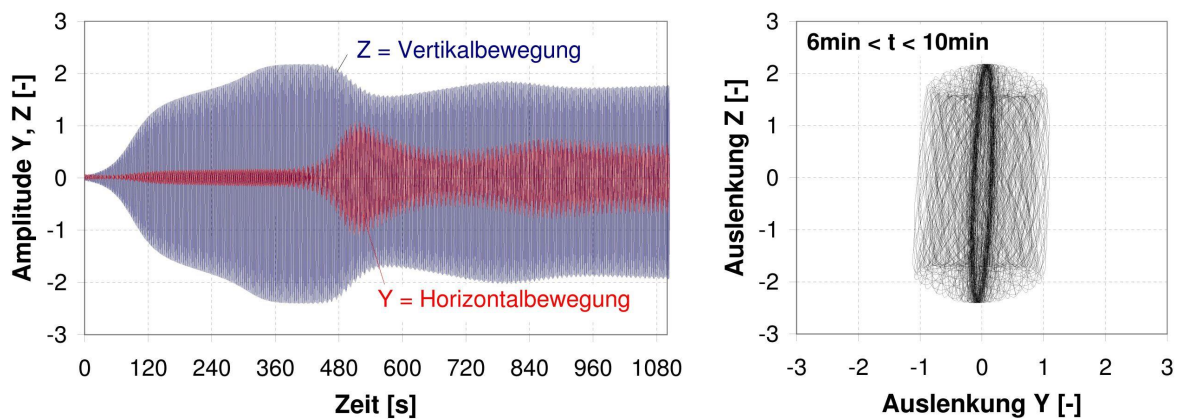
bedeutet dies, dass das obere Rinnsal in die untere Lage A gedrückt wird und sich mit dem unteren Rinnsal vereinigen würde. In dieser stabilen unteren Lage würde es keine Instabilität hervorrufen. Durch den kontinuierlichen Nachschub an Wasser durch den Regen kann sich aber ein neues oberes Rinnsal in der Lage D-1 bilden und zu einer erneuten Schwingungsanregung führen.

In Bild 6.8 sind nun die Doppelschwingamplituden der einzelnen Freiheitsgrade für die Lösung D-3 über der Windgeschwindigkeit dargestellt. Die Verzweigungen der Grenzyklusschwingungen sind für die Kurve der Vertikalbewegungen des Seiles aufgetragen. Mehrere nichtlineare Phänomene treten auf. Je nach Windgeschwindigkeit können ein oder drei Grenzyklen existieren. An den Grenzen der Bereiche mit drei Grenzyklen kommt es zu



**Bild 6.8:** Amplituden in Abhängigkeit der Windgeschwindigkeit

Hysterese-Sprüngen mit instabilen Grenzzyklen. Je nach Anfangsbedingung springt das System an den Umkehrpunkten von einem stabilen in einen anderen stabilen Lösungsweig. Instabile Lösungsweige trennen die beiden stabilen. Für Geschwindigkeiten zwischen 9,2 und 9,6 m/s kann es zu einer harten Schwingungsanregung kommen. Neben periodischen Lösungen zwischen Windgeschwindigkeiten von 11,3 und 13,2 m/s ergeben sich quasi-stationäre Schwingungen nach Naimark-Sacker-Bifurkationen bzw. sekundären Hopf-Verzweigungen. Für eine Windgeschwindigkeit von 11 m/s ist der zeitliche Verlauf der Schwingungen in Bild 6.9 dargestellt. Als Anfangsbedingungen wurden dabei die gleichen Werte wie in der Simulation für eine Windgeschwindigkeit von 12 m/s gewählt.

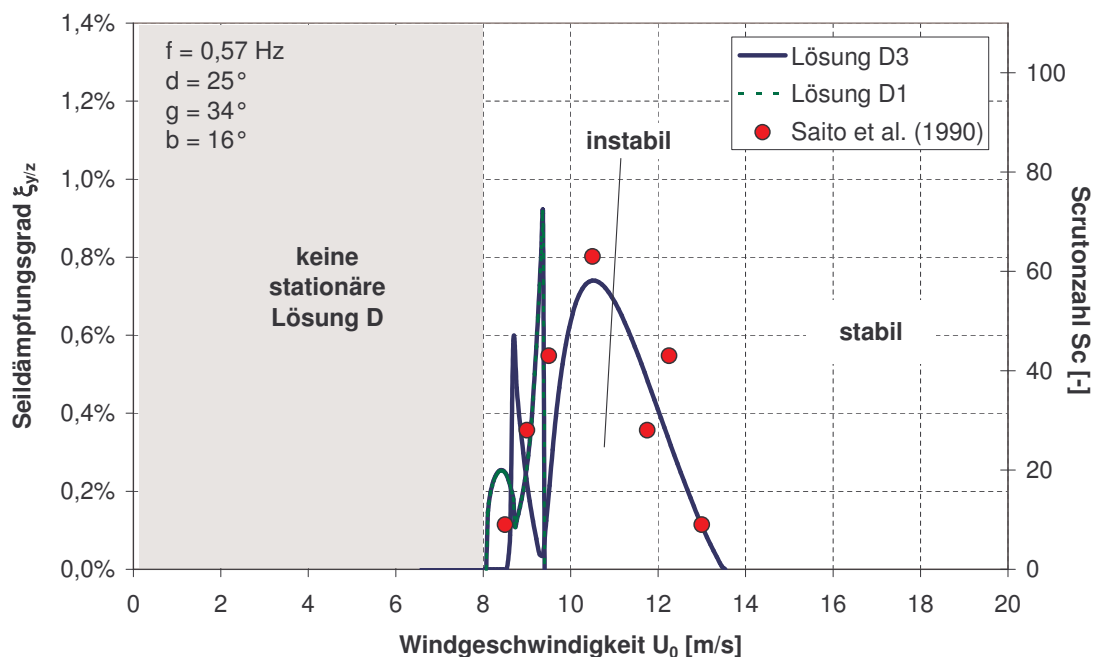


**Bild 6.9:** Quasi-periodische Schwingungen und Schwingungsortbit für  $u = 11$  m/s



### 6.1.5 Stabilitätskarte

Ein Parameter von besonderer Bedeutung bei Regen-Wind-induzierten Schwingungen ist die Seildämpfung. An Brücken hat man beobachtet, dass die Seilschwingungen durch eine Erhöhung der Seildämpfung, z. B. durch den Einbau von externen Dämpfern, unterdrückt werden können (Geurts et al., 1999). Auch in Windkanalversuchen wurde dieser Einfluss der Seildämpfung auf die Schwingungsanregung nachgewiesen (Saito et al., 1994). Die Ergebnisse der Stabilitätsanalyse werden nachfolgend mit den Resultaten aus Windkanalversuchen von Saito verglichen.



**Bild 6.10:** Stabilitätskarte – Abhängigkeit von der Seildämpfung

Trägt man die Stabilitätsbereiche in Abhängigkeit von den Seildämpfungsgraden und der Windgeschwindigkeit auf, ergibt sich eine Stabilitätskarte wie in Bild 6.10. In Abhängigkeit von den Parametern Windgeschwindigkeit und Seildämpfung existiert ein Instabilitätsbereich, in dem es zu einer Schwingungsanregung des Seiles kommt. Für einen Seildämpfungsgrad von 0,05 % der kritischen Dämpfung ergibt sich das Ergebnis der Beispielrechnung in Kap. 6.1.3. In der Modellrechnung wurde für die Schwingungsdämpfung in Vertikal- und Horizontalrichtung immer der gleiche Wert angesetzt.

Die Stabilitätskarte für das Rechenmodell lässt sich in drei Bereiche unterteilen:

- Gebiet, in dem keine stationäre Lösung D existiert (grau hinterlegt),
- stabiler Bereich ohne Schwingungsanregung,
- instabiler Bereich periodischer Schwingungen.

In dem linken Bereich, in dem keine stationäre Lösung D existiert, kann sich kein oberes Rinnsal entwickeln. Dieser grau hinterlegte Bereich reicht unabhängig von der Seildämpfung bis zu einer Windgeschwindigkeit von ungefähr 8 m/s. Diese kritische Windgeschwindigkeit ist die kleinstmögliche Einsetzgeschwindigkeit für Regen-Wind-induzierte Schwingungen mit einem oberen Rinnsal.

Ein zweiter Bereich ergibt sich für große Windgeschwindigkeiten und/oder hohe Seildämpfungen. In diesem stabilen Bereich existiert zwar ein oberes Rinnsal, es findet jedoch keine Schwingungsanregung statt.

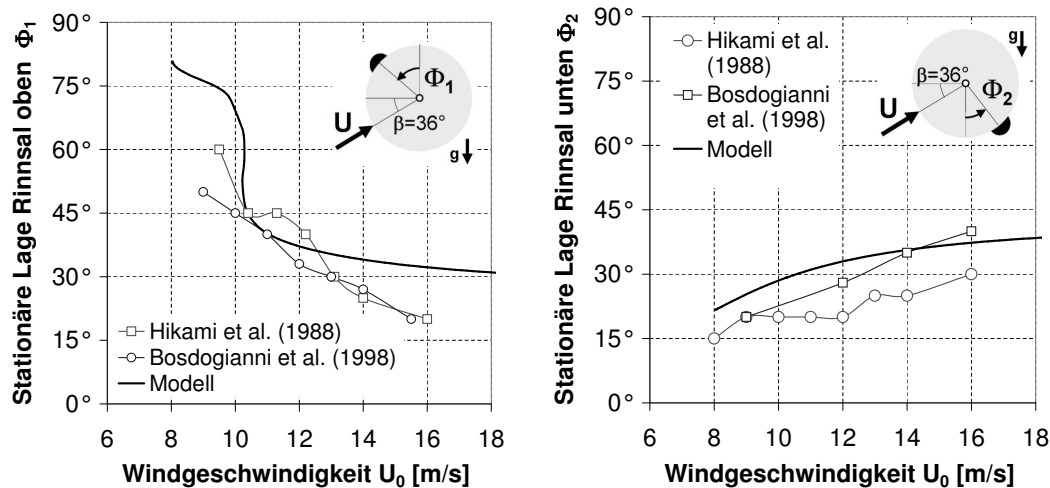
Der dritte, instabile Bereich nach linearer Stabilitätstheorie ergibt sich aus dem Verlauf der Hopfverzweigungen für die stationäre Lösung D. Für beide stationäre Lösungen D-1 und D-3 sind die Stabilitätskurven dargestellt. Es wird deutlich, dass es zu einer Schwingungsanregung nur in einem begrenzten Geschwindigkeitsbereich kommt. Dieser kritische Windgeschwindigkeitsbereich wird mit wachsender Seildämpfung immer kleiner. Ab einer bestimmten kritischen Seildämpfung treten keine Schwingungen mehr auf. In diesem Fall würde eine Erhöhung der Seildämpfung auf einen Wert von 0,8 % der kritischen die Schwingungen verhindern, was einer Scruton-Zahl von ca. 60 entspricht. Man erkennt eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse aus den Versuchen und der Simulation.

## **6.2 VALIDIERUNG DES MODELLS**

Das hier vorgestellte analytische Modell wird anhand weiterer Vergleiche mit Ergebnissen aus verschiedenen Windkanalversuchen und Beobachtungen an der Erasmus-Brücke in Rotterdam validiert. Die in den einzelnen Untersuchungen gewählten Seil-, Rinnsal- und Windparameterwerte sind in Tab.6.1 angegeben.

### **6.2.1 Vergleich mit Windkanalversuchen**

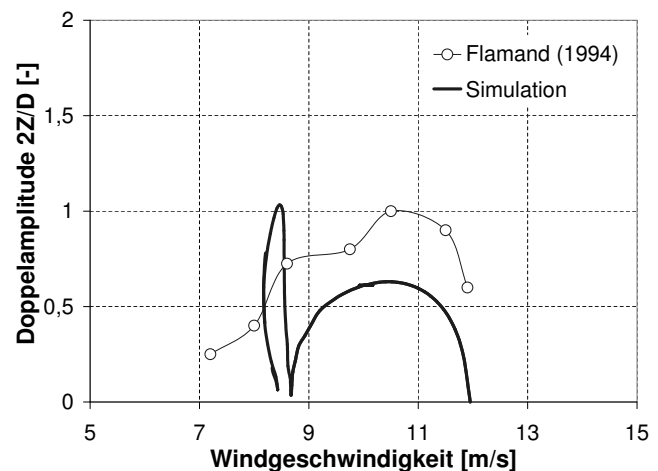
Zuerst werden die stationären Lagen der Rinnsale, wie sie in Versuchen und Berechnung ermittelt wurden, verglichen. Die Abhängigkeit der Rinnsalpositionen von der Windgeschwindigkeit ist in Bild 6.11 dargestellt. Die in zwei Windkanalversuchen (Hikami & Shiraishi, 1988; Bosdogianni & Olivari, 1996) beobachteten stationären Lagen der Rinnsale sind mit denen der stationären Lösung D des analytischen Modells für einen Anströmwinkel von  $\beta = 36^\circ$  verglichen. Dabei wurden in der Rechnung eine Seileigenfrequenz von 2 Hz und ein Seildurchmesser von 14 cm entsprechend der Versuche von Hikami gewählt. Seilneigung und Windanstellwinkel wurden mit  $45^\circ$  angesetzt (Tab. 6.1). Für die Versuche und die



**Bild 6.11:** Stationäre Lagen der Rinnsale in Abhängigkeit der Windgeschwindigkeit (Hikami & Shiraishi, 1988; Bosdogianni & Olivari, 1998)

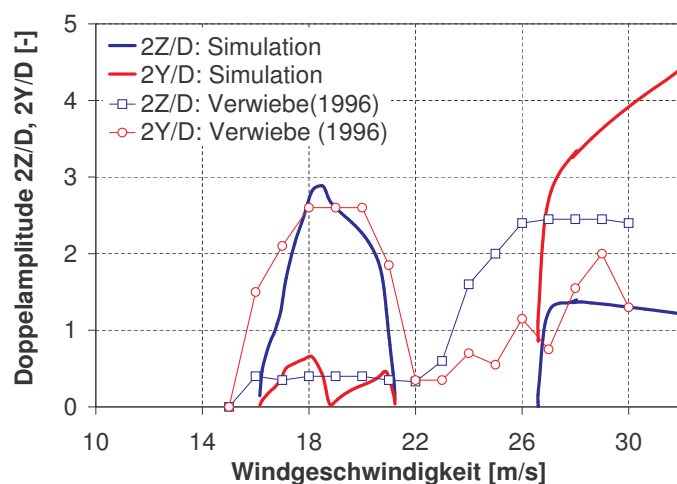
Simulation sind die Positionen des oberen und des unteren Rinnsals der stationären, also unbewegten Seilteilmodelle in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit angegeben. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Versuchsergebnissen und Simulation. Wie auch in den Versuchen entsteht ein oberes Rinnsal erst ab einer bestimmten Einsetzgeschwindigkeit. Der qualitative Verlauf der stationären Lösungen, z.B. abnehmender Winkel bei steigender Windgeschwindigkeit beim oberen Rinnsal, wird auch im Rechenmodell abgebildet.

In Bild 6.12 werden die in Windkanalversuchen von Flamand beobachteten Schwingungsamplituden mit denen aus der Simulation gegenüber gestellt (Tab. 6.1). Flamand hat Windkanalversuche an einem Seilteilmodell mit ähnlichen Bedingungen wie bei Saito durchgeführt (Flamand, 1994), wobei er u.a. den Verlauf der translatorischen Schwingungsamplituden des Seiles in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit untersucht hat. Wie auch bei Saito zeigt sich auch in diesem Fall eine gute Übereinstimmung zwischen Versuchs- und Simulationsergebnissen. Man erkennt, dass das Modell mit den gewählten Parameterwerten sowohl den Geschwindigkeitsbereich, in dem Schwingungen auftreten, als auch die Schwingungsamplituden realitätsnah wiedergeben kann.



**Bild 6.12:** Vergleich der Amplituden (Flamand, 1994)

In den Versuchen von Saito und Flamand wurden flach gespannte Seilmodelle für kleine Windanstellwinkel  $\gamma = 30^\circ$  bzw.  $34^\circ$  untersucht. Dass das Modell auch für größere Winkel von  $\gamma$  gilt, wird anhand des Vergleichs mit Versuchen von Verwiebe gezeigt (Verwiebe, 1996). Bei einem Windanstellwinkel von  $90^\circ$  wurde das Seilmodell in den Versuchen von Verwiebe quasi von unten angeströmt. Im Gegensatz zu den Versuchen von Saito und Flamand, die nur die Schwingungskomponente in vertikaler Richtung untersuchten, wurden von Verwiebe beide translatorischen Amplituden aufgezeichnet. Verwiebe beobachtete für die gewählte Konfiguration einen Schwingungsrichtungswechsel von Schwingungen hauptsächlich in vertikaler Richtung bei geringen Windgeschwindigkeiten zu Schwingungen hauptsächlich in horizontaler Richtung bei höheren Geschwindigkeiten (Bild 6.13). Die untere Einsetzgeschwindigkeit von ca. 15 m/s im Versuch wird auch in der Simulation annähernd getroffen. Den Wechsel der Hauptschwingungsrichtung, wie er in den Versuchen beobachtet wurde, gibt auch das Modell wieder, die Schwingungsrichtungen in Versuch und Rechnung sind dabei jedoch entgegengesetzt. In der Simulation herrschen im ersten Instabilitätsbereich bis Windgeschwindigkeiten von ca. 21 m/s Schwingungen in Vertikalrichtung vor, für Geschwindigkeiten größer als 22 m/s schwingt das Seil dann hauptsächlich in horizontaler Richtung. Es sind also auch im Modell zwei verschiedene Schwingungstypen zu beobachten. Im Bereich von Querschwingungen bewegen sich die beiden Rinnsale wie in den Versuchen in entgegengesetzter Umlaufrichtung.

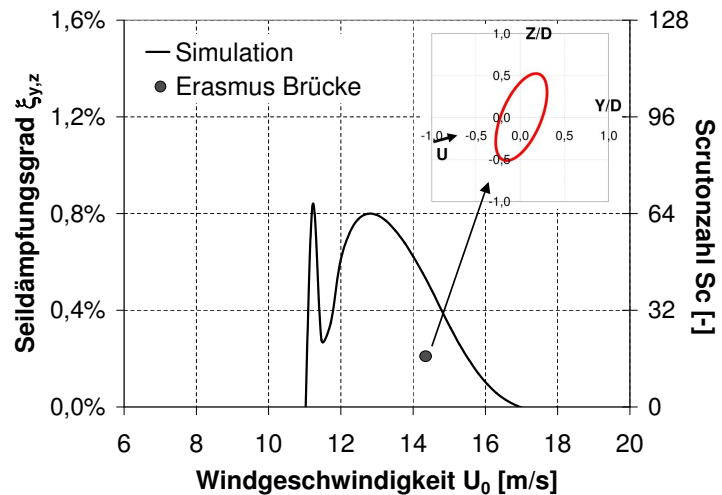


**Bild 6.13:** Vergleich mit Versuchen (Verwiebe, 1996)

## 6.2.2 Vergleich mit Beobachtungen an der Erasmus-Brücke

Bisher wurde das Modell nur an Ergebnissen aus Windkanalversuchen verifiziert. Nun werden mit dem Modell die Schwingungen der Erasmus-Brücke in Rotterdam nachgerechnet. Für die Nachrechnung der Schwingungen an der Erasmus-Brücke wurden die Rinnsalmassen auf Werte von 0,1 bzw. 0,12 kg/m erhöht. Da keine Angaben über den instabilen Windgeschwindigkeitsbereich vorhanden sind, wurden die Massen so gewählt, dass die beobachteten Schwingungen bei 14 m/s ungefähr in der Mitte des Instabilitätsbereiches im Stabilitätsdiagramm der Simulation liegen.

Bei den relativ kurzen und starren Seilteilmodellen der Windkanalversuche wurde angenommen, dass sich das Rinnsal über der ganzen Länge des Modells entwickelt. Die Korrelations- bzw. Rinnsallänge wurde also zu 100 % angesetzt. Für die Berechnung der Schwingungen an der Erasmus-Brücke wurde eine Korrelations- bzw. Rinnsallänge von 50 % der



**Bild 6.14:** Nachrechnung der Schwingungen an der Erasmusbrücke (Geurts et al., 1999)

Originaiseillänge bzw. Eigenform gewählt. Verwiebe hat für sein Modell einen Wert von 30 % vorgeschlagen. Die gewählten Parameter sind in Tab. 6.1. aufgeführt. Es wurden Schwingungen in der zweiten Eigenform betrachtet.

In Bild 6.14 ist das Stabilitätsverhalten des Rechenmodells in einer Stabilitätskarte dargestellt. Der Fall von beobachteten Schwingungen bei einer Seildämpfung von  $\xi_{y,z} = 0,2\%$  und einer Windgeschwindigkeit von  $U_0 = 14$  m/s liegt im instabilen Bereich. Für diesen Fall ist außerdem der Schwingungsort des Seiles dargestellt. Die Amplituden in Vertikalrichtung von ca. 1,5-fachen des Seildurchmessers decken sich mit den Beobachtungen an der Brücke (Geurts & van Staalduinen, 1999). Messungen an der Erasmusbrücke ergaben, dass die nachträglich eingebauten Seildämpfer die Seildämpfung auf einen Wert größer als 0,8 % der kritischen Dämpfung erhöhen müssen, sollen Schwingungen vermieden werden. Auch hier zeigt sich eine gute Übereinstimmung der Simulation mit den praktischen Erfahrungen an der Erasmus-Brücke.

### 6.2.3 Zusammenfassung Validierung

Zusammenfassend lassen sich folgende Aussagen treffen:

- Das Modell zeigt für die gewählten Rinnsalparameterwerte eine Schwingungsanregung in einem begrenzten Windgeschwindigkeitsbereich, der auch in situ beobachtet wurde.
- Sowohl die Lage und Bewegungen des oberen Rinnsals als auch die Schwingungsamplituden des Seiles entsprechen denen aus Versuchen und Feldbeobachtungen.

- Die Abhängigkeit der Anregung von der Seildämpfung kann durch das Modell simuliert werden.

Trotz der starken Vereinfachungen im Modell stimmen die Ergebnisse aus Versuch und Rechnung auch quantitativ relativ gut überein. In natura werden z.B. die Rinnsalform und -masse je nach Lage und Windkraft verschieden sein. In Betracht der Tatsache, dass im Modell von einer konstanten Rinnsalform und -masse, sowie einem viskosen Scherwiderstand des Rinnsals auf der Seiloberfläche ausgeht, sind die quantitativen Unterschiede zwischen den Ergebnissen aus der Praxis und aus dem theoretischen Modell verhältnismäßig gering. Da das qualitative Verhalten der Regen-Wind-induzierten Schwingungen mit dem theoretischen Modell realitätsnah simuliert werden kann, scheint der grundlegende Mechanismus der Schwingungsanregung durch das vorgestellte Modell unter Annahme quasi-stationärer Luftkräfte erfasst worden zu sein.

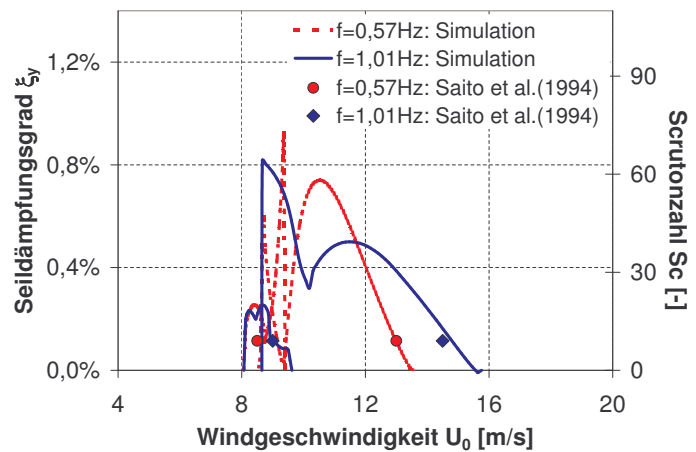
## 6.3 PARAMETERUNTERSUCHUNGEN

Bisher wurde der Einfluss der beiden Parameter Windgeschwindigkeit und Seildämpfung untersucht. Nun soll auch der Einfluss anderer Parameter auf das Stabilitätsverhalten des Modells erforscht werden. Dabei werden verschiedene Seileigenfrequenzen und -durchmesser sowie Windrichtungen betrachtet. Die Beschreibungsvariablen des Rinnsals wie Form, Masse und Dämpfung sind nicht eindeutig bestimmbar. Die Werte der Rinnsalmassen und der Dämpfungskonstanten werden darum variiert, um den Einfluß abzuschätzen. Im analytischen Modell werden Größe und Form der Rinnsale durch die aerodynamischen Beiwerte berücksichtigt. Der Einfluss der Windkraftbeiwerte wird im reduzierten 3-Freiheitsgrad-Modell mit nur einem Rinnsal untersucht, das in Kap. 6.3.3 vorgestellt wird. Der Einfluss der verschiedenen Parameter wird in  $\xi_{y,z}$ - $U_0$ -Stabilitätsdiagrammen für die stationären Lösungen D-1 und D-3 nach linearer Stabilitätstheorie dargestellt.

### 6.3.1 Variation der Seil- und Rinnsalparameter

In Feldbeobachtungen und in Windkanalversuchen wurde eine weitgehende Unabhängigkeit der Schwingungen von der Eigenfrequenz der Seile bzw. der Seilteilmodelle beobachtet. Das Stabilitätsverhalten des Modells nach linearer Theorie ist in Abhängigkeit von der Seileigenfrequenz in Bild 6.15 dargestellt und den Ergebnissen aus den Windkanalversuchen von Saito gegenübergestellt (Saito et al., 1994). Die Frequenz des analytischen Modells wurde dabei durch die Erhöhung der Steifigkeit bzw. der Seilvorspannung angepasst. Für eine Änderung

der Seileigenfrequenz von 0,57 Hz auf 1,01 Hz ergibt sich ein gering vergrößerter instabiler Windgeschwindigkeitsbereich so-wohl in den Windkanalversuchen als auch in der Simulation. Das qualitative Verhalten bleibt für beide Frequenzen gleich.

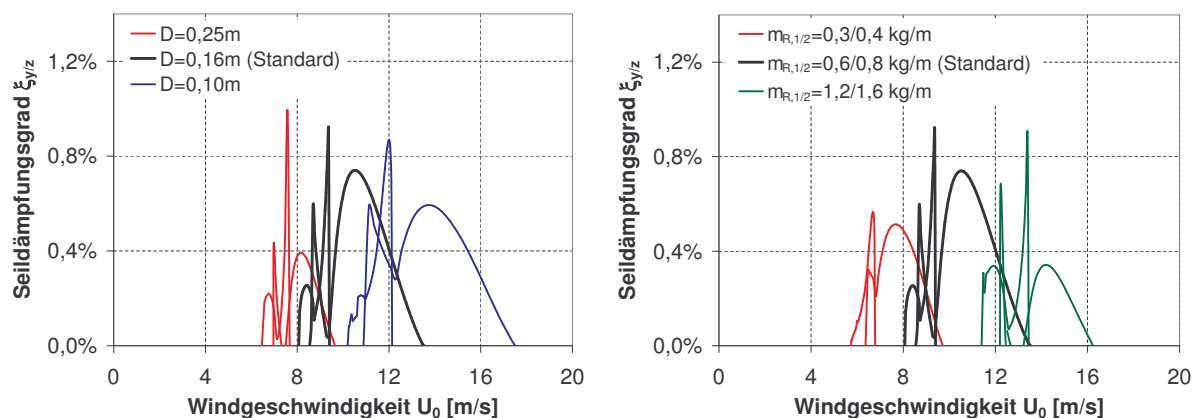


**Bild 6.15:** Einfluss der Seileigenfrequenz

Der Einfluss des Seildurchmessers ist in Bild 6.16 abgebildet. Wie auch beim Vergleich verschiedener Seileigenfrequenzen sind beide instabile stationäre Lösungen D-1 und D-3 dargestellt. Für kleine Seildurchmesser ergeben sich größere Einsetzgeschwindigkeiten der Schwingungen und schmalere instabile Windgeschwindigkeitsbereiche, der qualitative Verlauf ändert sich jedoch mit verändertem Seildurchmesser nicht.

Die genauen Werte der Rinnsalparameter wie Masse oder Scherwiderstand auf der Seiloberfläche sind schwer zu bestimmen. Genaue Angaben lassen sich wegen der ständig wechselnden Form und Größe der Rinnsale schlecht machen. Von dem Rinnsal spritzen einzelne Tropfen ab, neue Masse kommt durch Regentropfen und durch nachfließendes Regenwasser hinzu. In dem Modell ist angenommen, dass die Masse, Form und Dämpfungsbeiwerten der Rinnsale über den ganzen Zeitraum konstant bleiben. Es wird nun der Einfluss der Rinnsalparameter auf das Stabilitätsverhalten des analytischen Modells untersucht.

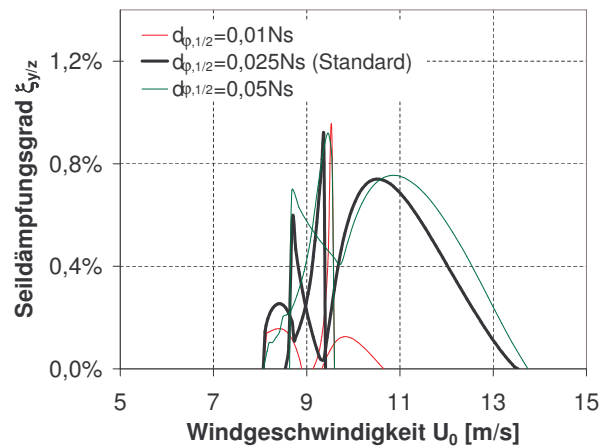
Bild 6.16 zeigt die Instabilitätsbereiche für drei verschiedene Rinnsalmassen. Die Massen der beiden Rinnsale wurden um den Faktor 2 reduziert bzw. erhöht. Leichtere Rinnsale haben eine geringere Einsetzgeschwindigkeit zur Folge. In dem Bereich, in dem ein oberes schweres



**Bild 6.16:** Variation des Seildurchmessers und der Rinnsalmassen

Rinnsal seinen Instabilitätsbereich hat, befinden sich die kleinen, leichteren Rinnsale in einem stabilen Zustand. Interpretiert man die kleineren Rinnsale als einzelne „leichte“ Regentropfen, dann werden diese Regentropfen in die stabile, obere Gleichgewichtslage gedrückt und formen ein oberes, „schweres“ Rinnsal. Regentropfen die zwischen den stationären Lagen B und C auf das Seil auftreffen, sammeln sich in der Lage D und können so als oberes Rinnsal für bestimmte Windgeschwindigkeiten die aeroelastische Instabilität verursachen.

Ein weiterer schwer zu bestimmender Parameter ist der Bewegungswiderstand des Rinnsals auf der Seiloberfläche. Der Einfluss dieser als geschwindigkeitsproportional modellierten Rinnsaldämpfung ist in Bild 6.17 dargestellt. Die Dämpfungskonstanten der beiden Rinnsale variieren von  $d_\phi = 0,01$  bis  $d_\phi = 0,05$  Nms. Vergleich man das Verhalten der Rinnsale mit dem eines gedämpften mathematischen Pendels, so



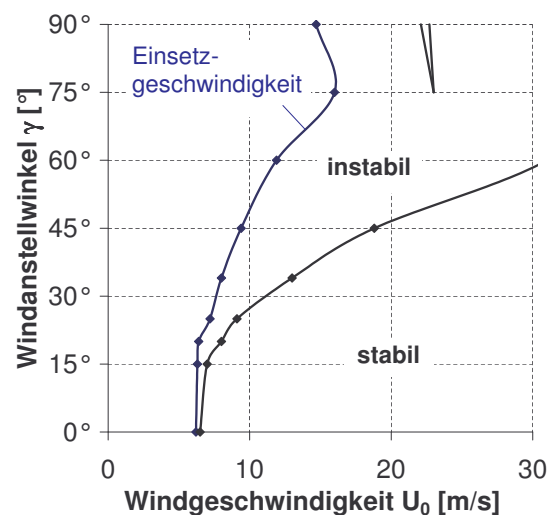
**Bild 6.17:** Variation der Rinnsaldämpfung

wäre dieses Pendel in allen untersuchten Fällen überkritisch gedämpft. Die Rinnsalpendel würden also keine Schwingungen, sondern bei einer Störung eine Kriechbewegung zurück in die Gleichgewichtslage ausführen. Mit zunehmender Rinnsalreibung werden der instabile Geschwindigkeitsbereich und die kritische Seildämpfung größer. Der Einfluss der Rinnsalreibung auf die Schwingungsanregung ist schon in den Windkanalversuchen von Flamand deutlich geworden (Flamand, 1994). Er hat in seinen Versuchen beobachtet, dass es an glattpolierten, unverschmutzten HDPE-Rohren zu keiner Anregung infolge Regen und Wind kommt. Nur verschmutzte Rohre zeigten Instabilitäten. Die Oberflächenbeschaffenheit des Seiles kann im Modell durch die Rinnsaldämpfung simuliert werden. Ein unverschmutztes Seil verursacht aufgrund seiner glatten Oberfläche eine kleinere Rinnsaldämpfung. In Bild 6.18 wird deutlich, dass schon eine Rinnsaldämpfung halb so groß wie der Standardwert von 0,25 Nm/m zu einem sehr viel kleineren Instabilitätsbereich führt. Wie in der Modellrechnung wäre die Rinnsaldämpfung für glattpolierte Rohre so klein, dass nur ein sehr viel kleinerer bzw. gar kein instabiler Windgeschwindigkeitsbereich existiert. Generell ist in den Parameteruntersuchungen zu erkennen, dass das entwickelte Modell robust ist. Der qualitative Verlauf der Lösungen ändert sich auch bei starken Änderungen der Systemparameter nicht grundlegend.

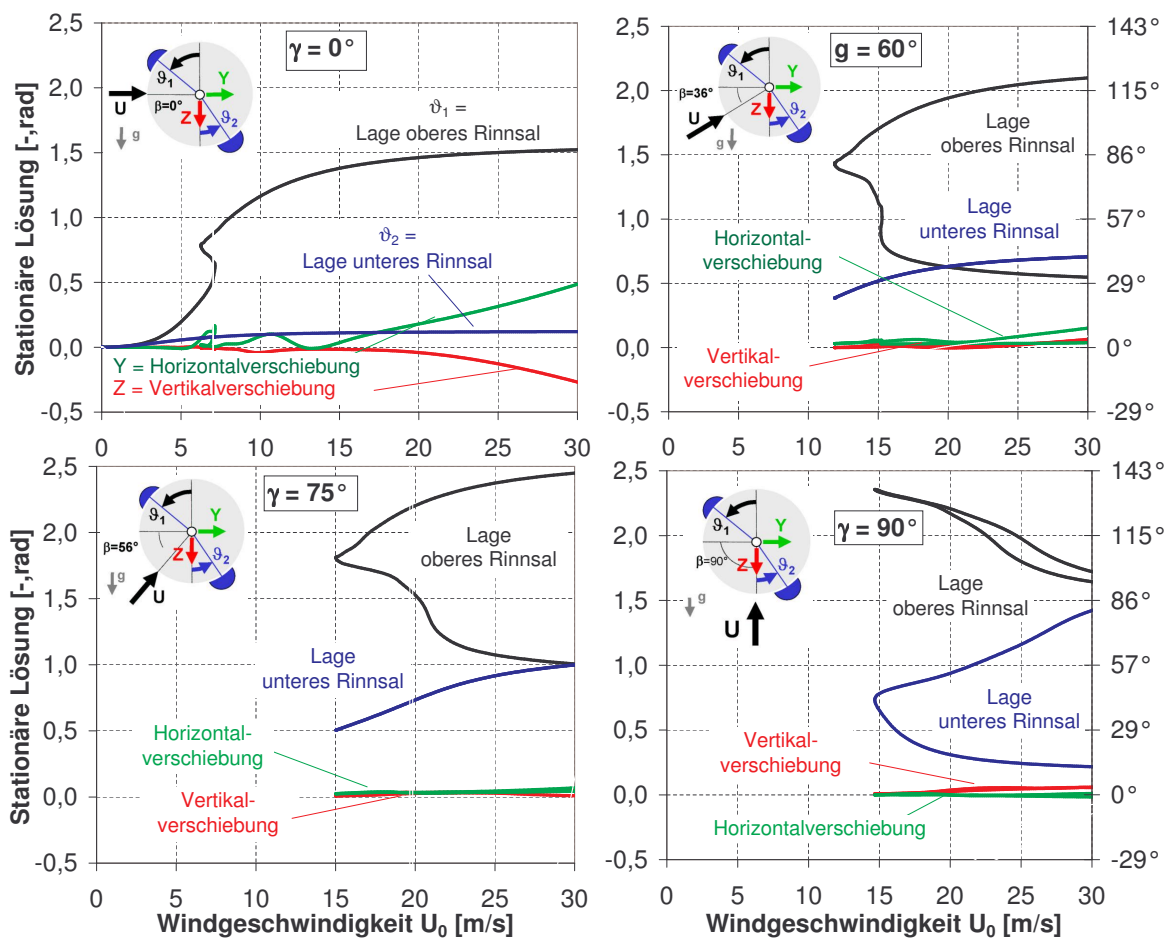


### 6.3.2 Variation der Windrichtung

Der Einfluss der Windrichtung auf das Instabilitätsverhalten ist in Bild 6.18 dargestellt. Darin sind minimale und maximale Windgeschwindigkeit des instabilen Bereiches über dem Windanstellwinkel  $\gamma$  aufgetragen. Bei einem Anstellwinkel von  $\gamma = 0^\circ$  weht der Wind normal zur Seilebene, bei einem Winkel  $\gamma$  von  $90^\circ$  in Richtung der Seilebene (Bild 4.1). Mit steigendem Windanströmwinkel vergrößern sich die Einsetzgeschwindigkeit und der instabile Windgeschwindigkeitsbereich. Je stärker der Wind zur Seilebene angestellt ist bzw. je kleiner der Winkel  $\gamma$ , umso niedriger die Einsetzgeschwindigkeit der Schwingungen, da bei Schrägseilen die Windkraftkomponente  $U$  normal zur Seilachse immer



**Bild 6.18:** Einfluss der Windrichtung



**Bild 6.19:** Stationäre Lösungen in Abhängigkeit von der Windrichtung

kleiner wird (Bild 4.2).

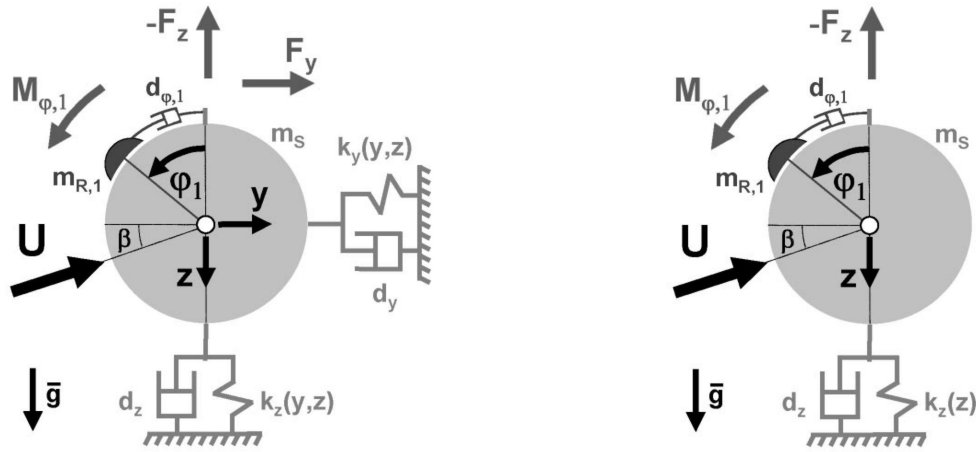
Im Modell wird die Änderung des Windanstellwinkels  $\gamma$  durch den Anströmwinkel  $\beta$  berücksichtigt. Entsprechend der Gl. 4.8 ändert sich hier auch dieser Winkel  $\beta$ , da der Neigungswinkel des Seiles konstant bei  $25^\circ$  belassen wurde. In der Diagrammfolge in Bild 6.19 ist der Verlauf der stationären Lösungen für vier verschiedene Windrichtungen aufgezeichnet worden. Die stationären Lösungen unterscheiden sich für verschiedene Windanströmwinkel  $\gamma$  bzw. Anströmwinkel  $\beta$  stark. Für sehr große Winkel ist die Lösungskurve D nicht mehr zweifach gefaltet, es bildet sich nur eine Zunge aus. Wie auch bei der Nachrechnung der Ergebnisse der Windkanalversuche von Verwiebe ergeben sich zwei getrennte Instabilitätsbereiche über der Windgeschwindigkeit. Neben dem oberen ist nun auch das untere Rinnsal, das stark in Windrichtung geneigt ist, an der Anregung beteiligt. Für Werte von  $\beta$  kleiner als ca.  $15^\circ$  existiert Lösung D-3 nicht mehr. Der instabile Geschwindigkeitsbereich ist sehr schmal und ausschließlich vom Galloping-Typ der Lösung D-1.

### **6.3.3 Vereinfachte Modelle mit nur einem Rinnsal**

In diesem Abschnitt werden vereinfachte Modelle vorgestellt, in denen nur ein oberes Rinnsal betrachtet wird. Anhand der Parameterwerte der Beispielrechnung wird das Verhalten der vereinfachten Modelle mit dem vorgestellten 4-Freiheitsgrad-Modell verglichen. Neben einem 3-Freiheitsgrad-Modell mit 2 translatorischen Bewegungsmöglichkeiten und einem Rotationsfreiheitsgrad, wird auch ein 2-Freiheitsgrad-Modell betrachtet, das neben der Bewegung des oberen Rinnals nur eine Translation des Seiles in vertikaler Richtung erlaubt. Für das 3-FHG-Modell wird anschließend die Sensitivität des Systemverhaltens gegenüber den aerodynamischen Kraftbeiwerten durch einen Vergleich mit anderen Beiwerten untersucht.

#### *6.3.3.1 Modelle mit zwei und drei Freiheitsgraden*

Im Verlauf der Entwicklung des hier vorgestellten Modells zur Simulation von Regen-Wind-induzierten Schwingungen wurden zuerst vereinfachte Modelle mit einem Rinnsal betrachtet. Detailliertere Angaben zum Stabilitätsverhalten dieser Systeme als die hier nur kurz beschriebenen sind in Veröffentlichungen enthalten (Peil & Nahrath, 2000 & 2003). Die beiden vereinfachten Modelle mit drei bzw. zwei Freiheitsgraden sind in Bild 6.20 dargestellt.



**Bild 6.20:** Vereinfachte Modelle: 3-FHG-Modell und 2-FHG-Modell

In dem 3-Freiheitsgrad-Modell wird nur ein Rinnsal betrachtet. Es fallen in den Bewegungsgleichungen dementsprechend die Terme, in denen der Freiheitsgrad  $\Phi_2$  enthalten ist, weg. Die aerodynamischen Kraftbeiwerte sind dann nur noch von dem relativen Anströmwinkel  $\alpha_1$  abhängig (Gl. 4.21). Für das Modell mit 3 Freiheitsgraden ergeben sich folgende Bewegungsgleichungen.

$$\begin{aligned}
 \ddot{Z} + 2\xi_Z \dot{Z} + Z + n^2 \kappa_3 Z^3 + n^2 \kappa_3 ZY^2 &= \nu u^2 C_Z(\alpha) \\
 \ddot{Y} + 2\xi_Y \dot{Y} + Y + n^2 \kappa_3 Y^3 + n^2 \kappa_3 YZ^2 &= \nu u^2 C_Y(\alpha) \\
 \ddot{\Phi}_1 + 2\xi_{\Phi,1} \dot{\Phi}_1 - \frac{\omega}{n^2} \sin \Phi_1 + 2\ddot{Z} \sin \Phi_1 - 2\ddot{Y} \cos \Phi_1 &= \mu_1 u^2 C_{\Phi,1}(\alpha)
 \end{aligned}
 \tag{Gl. 6.2}$$

Wird wie im 2-Freiheitsgrad-Modell nur die Vertikalbewegung des Seils betrachtet, so werden die Terme mit dem Freiheitsgrad  $Y$  gestrichen.

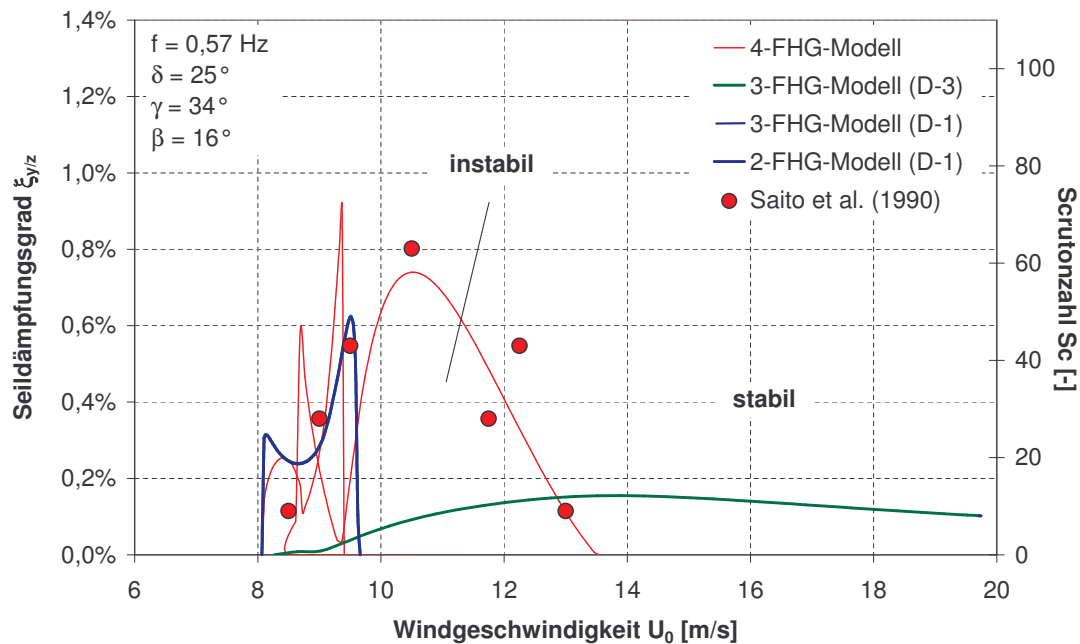
$$\begin{aligned}
 \ddot{Z} + 2\xi_Z \dot{Z} + Z + n^2 \kappa_3 Z^3 &= \nu u^2 C_Z(\alpha) \\
 \ddot{\Phi}_1 + 2\xi_{\Phi,1} \dot{\Phi}_1 - \frac{\omega}{n^2} \sin \Phi_1 + 2\ddot{Z} \sin \Phi_1 &= \mu_1 u^2 C_{\Phi,1}(\alpha)
 \end{aligned}
 \tag{Gl. 6.3}$$

### 6.3.3.2 Stabilitätsverhalten

Vergleicht man die Ergebnisse der linearen Stabilitätsanalyse von den vereinfachten 3-FHG- und 2-FHG-Modellen mit denen des 4-FHG-Modells, so wird deutlich, dass das obere Rinnsal die entscheidende Rolle bei der Schwingungsanfängung spielt (Bild 6.21). Alle Modelle haben eine gleiche Einsetzgeschwindigkeit der Instabilität. Instabilität D-1 zeigt sich in allen Modellen bei ungefähr gleichen Windgeschwindigkeiten. Für die beiden reduzierten Modelle stimmen sie überein. Auch die kritischen Seildämpfungen decken sich in diesem Bereich relativ gut mit den Ergebnissen des 4-FHG-Modells. Diese Übereinstimmung aller Modelle im Instabilitätsbereich der stationären Lösung D-1 bestätigt, dass der zugrundeliegende

Anregungsmechanismus ähnlich dem des klassischen 1-FHG-Galloping ist (Kap. 2.3). In allen Modellen ist das Den-Hartog-Kriterium für Schwingungsanregung in Richtung quer zur Anströmung durch die in diesem Bereich negative Steigung des Auftriebsbeiwertes  $\partial C_L / \partial \alpha$  erfüllt.

Der instabile Bereich der stationären Lösung D-3 ist dagegen bei allen Modellen verschieden, im Modell mit zwei Freiheitsgraden erst gar nicht vorhanden. Durch die Vernachlässigung des zweiten unteren Rinnsals bzw. der horizontalen Bewegungskomponente kann diese Instabilität durch die vereinfachten Modelle nicht so abgebildet werden wie im 4-FHG-Modell. Dies bestätigt die Annahme, dass im Fall der Instabilität der Lösung D-3 eine komplexe Interaktion zwischen allen Freiheitsgraden stattfindet. Diese Wechselwirkung wird durch die gekoppelten aerodynamischen Kräfte als auch durch die Kopplung der Rinnsalfreiheitsgrade mit den Seilbeschleunigungen hervorgerufen (Kap. 6.4).

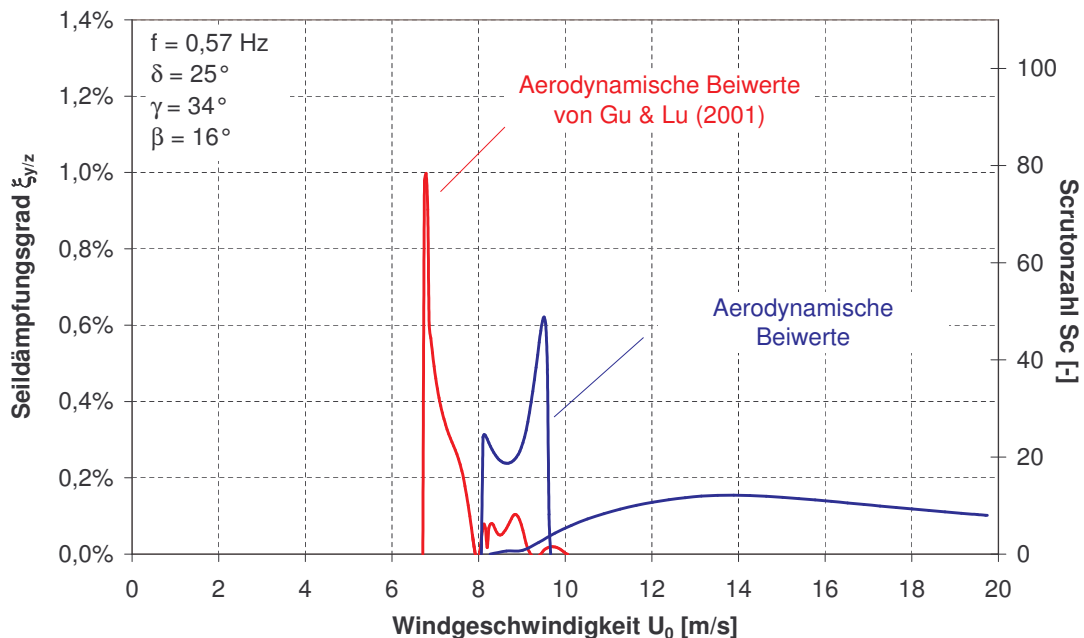


**Bild 6.21:** Vergleich mit vereinfachten Modellen

### 6.3.4 Einfluss der aerodynamischen Kraftbeiwerte

Von entscheidender Bedeutung für den Anregungsmechanismus sind die Windkräfte, deren Einfluss auf das Systemverhalten in der Windgeschwindigkeit und den aerodynamischen Kraftbeiwerten zum Ausdruck kommt. Der Einfluss der Windgeschwindigkeit wurde schon untersucht, nun wird für das vereinfachte Modell mit drei Freiheitsgraden die Sensitivität des Systems gegenüber dem Verlauf der Windkraftbeiwerte studiert. Die Ergebnisse mit Beiwer-

ten aus den in Kap. 5 vorgestellten Windkanalversuchen sind in Bild 6.22 mit denen verglichen, die sich aus der Verwendung der Versuchsergebnisse von Gu & Lu ergeben (Kap.3.3; Gu & Lu, 2000). Man erkennt, dass der qualitative Verlauf der beiden Lösungen gleich ist. Sowohl Instabilitätsbereich D-1 als auch D-3 werden bei unterschiedlichen Windkraftbeiwerten abgebildet. Der instabile Windgeschwindigkeitsbereich verschiebt sich bei Verwendung der anderen Beiwerte ein wenig hin zu kleineren Einsetzgeschwindigkeiten. Kritische Seildämpfungen werden größer bzw. kleiner. Der Instabilitätsbereich D-3 unterscheidet sich in den beiden Fällen jedoch stark. Zu beachten ist hier jedoch, dass im dem betrachteten 3-FHG-Modell nur ein Rinnsal betrachtet wurde. Der Vergleich des Einflusses der aerodynamischen Beiwerte unter Berücksichtigung zweier Rinnsale ist mangels entsprechender Windkanalversuche nicht möglich.



**Bild 6.22:** Einfluss der aerodynamischen Beiwerte auf 3-FHG-Modell

## 6.4 KLÄRUNG DES ANREGUNGSMECHANISMUS

In diesem Kapitel werden die physikalischen Hintergründe der im Modell beobachteten Phänomene beleuchtet. Der Verlauf der stationären Lösungen sowie die Instabilitäten dieser Lagen werden anhand von Gleichgewichts- und Energiebetrachtungen untersucht. Insbesondere der Einfluss der aerodynamischen Kräfte auf die aeroelastische Instabilität soll identifiziert werden, um den Anregungsmechanismus Regen-Wind-induzierter Schwingungen zu klären.

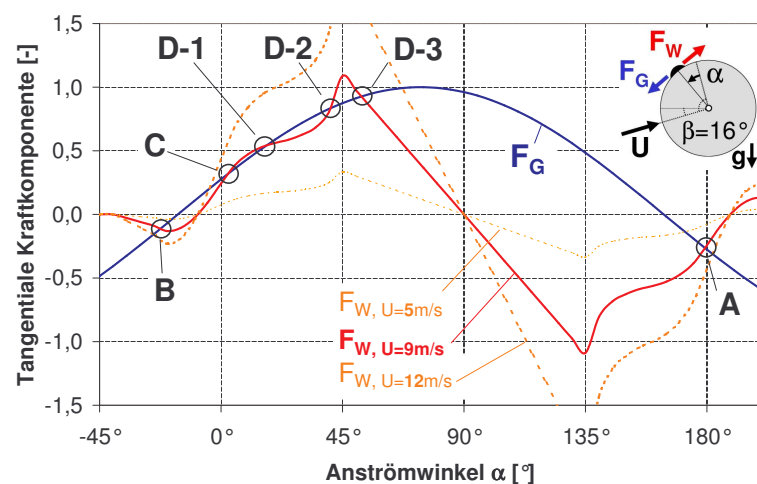
### 6.4.1 Stationäre Lösung – statische Gleichgewichtslagen

Den Verlauf der stationären Lösungen in Abhängigkeit der Windgeschwindigkeit (Bild 6.2) kann man anhand einer einfachen Gleichgewichtsbetrachtung für das obere Rinnsal erklären. Durch die Streichung der Zeitableitungen in den Bewegungsgleichungen und aufgrund der dann entkoppelten Lastterme sind die Bestimmungsgleichungen für die stationären Lösungen der beiden Rotationsfreiheitsgrade entkoppelt. Die beiden Freiheitsgrade zur Beschreibung der Rinnsallagen können somit getrennt voneinander betrachten werden. Für den Freiheitsgrad  $\phi_1$  des oberen Rinnsals ergibt sich folgende Gleichgewichtsbedingung.

$$-\frac{\omega}{n^2} \sin \Phi_1 = \mu_1 u^2 C_{\Phi,1}(\Phi_1) \quad \text{Gl. 6.2}$$

Die auf das Rinnsal wirkenden Gewichts- und Windkraftmomente stehen im statischen Gleichgewicht. Trägt man die tangentialen Gewichts- und Windkraftkomponenten,  $F_G$  und  $F_W$ , über dem Anströmwinkel  $\alpha_1$  als dimensionslose Größen auf, liegen die stationären Lösungen des Rinnsals in den Schnittpunkten der beiden Kurven (Bild 6.23). Aufgrund des Verlaufs der Windkräfte auf das Rinnsal ergeben sich je nach Größe der Windkraft, die von der Windgeschwindigkeit abhängig ist, verschiedene Kreuzungspunkte bzw. Gleichgewichtslagen für das Rinnsal. Die stationären Lösungen A und B existieren unabhängig von der Windgeschwindigkeit immer. Steigt die Geschwindigkeit, so ergeben sich neue Schnittpunkte C und D, im Bild 6.23 für eine Geschwindigkeit von 9 m/s dargestellt. Die stationäre Lösung D-1 ergibt sich für Windgeschwindigkeiten zwischen 8 und 9,5 m/s (Bild 6.24). Erst ab einer Windgeschwindigkeit von ca. 8 m/s sind die Windkräfte so groß, dass ein stabiles Gleichgewicht zwischen Wind- und Gewichtskraft herrscht (Lösung D-1). Bei einem weiteren Anstieg der Windgeschwindigkeit bilden sich zwei weitere Lösungen (zweite Zunge, D-2 und D-3). Für große Windgeschwindigkeiten existieren die vier stationären Lösungen A, B, C und D.

Auch die Abhängigkeit der stationären Lösung von dem Anströmwinkel  $\beta$  ist in Bild 6.23 ersichtlich. Die Gewichtskraftkurve  $F_G$  liegt bei Werten des Winkels  $\beta$  von kleiner als  $16^\circ$  weiter rechts von der hier dargestellten Kurve. Für sehr kleine Winkel  $\beta$  existiert dann auch bei großen Windkräften



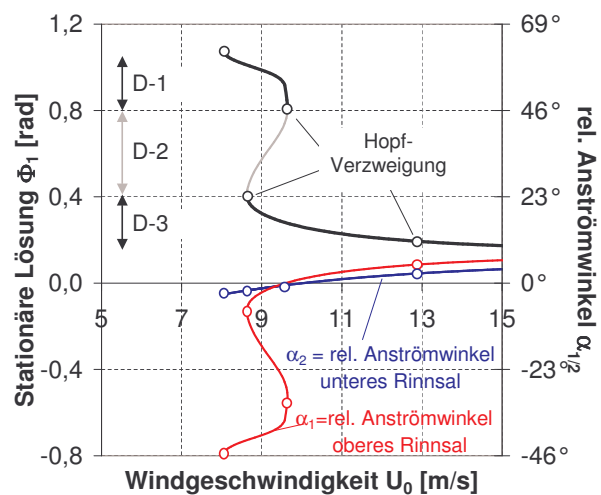
**Bild 6.23:** Statische Gleichgewichtslagen

bzw. Windgeschwindigkeiten keine Lösung D mehr (Bild 6.20).

## 6.4.2 Instabilitäten und aerodynamische Beiwerte

Die stationäre Lösung D ist in bestimmten Geschwindigkeitsbereichen instabil. Es wird nun untersucht, ob in diesen kritischen Bereichen charakteristische Eigenschaften in den Kraftbeiwertverläufen sichtbar sind. Bei Galloping-Schwingungen z.B. kommt es aufgrund des starken Abfalls des Auftriebsbeiwertes bei steigendem Anströmwinkel zu einer negativen Gesamtdämpfung des Systems und damit zu einer selbst-induzierten Schwingungsanregung.

Ein Parameter über den die Windkräfte und damit die Anregung gesteuert werden, ist der relative Anströmwinkel  $\alpha$ , der den Einfluss der Rinnsalpositionen und Strukturgeschwindigkeiten auf die Windkräfte beschreibt (Gl. 4.21). In Bild 6.24 sind der Verlauf der stationären Lösung D und die zugehörigen relativen Anströmwinkel  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  über der Windgeschwindigkeit aufgetragen. Die Hopfverzweigungen als Instabilitätsgrenzen und die instabilen stationären Lösungen D-1 und D-3 als mögliche Lösungen für ein oberes Rinnsal sind ebenfalls dargestellt.

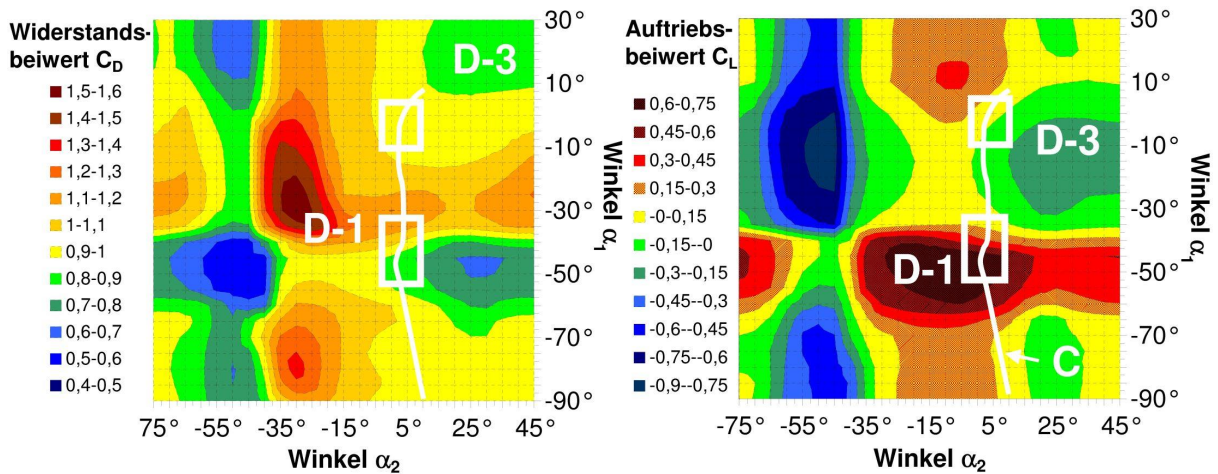


**Bild 6.24:** Relativer Anströmwinkel als Funktion der Windgeschwindigkeit

Im instabilen Bereich D-1 liegt der relative Anströmwinkel  $\alpha_1$  für das obere Rinnsal bei ungefähr 30° bis 45°, der Winkel  $\alpha_2$  des unteren Rinnsals befindet sich in einem Bereich um 0°. Bereich D-3 ist bei Windgeschwindigkeiten zwischen 8,5 und 13 m/s instabil, die Anströmwinkel  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  in diesem Bereich liegen beide bei ungefähr 0°.

In Bild 6.25 ist der Verlauf der stationären Lösungen C und D über den aerodynamischen Kraftbeiwerten  $C_L$  und  $C_D$  bzw. den relativen Anströmwinkeln  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  aufgetragen. Die instabilen Bereiche D-1 und D-3 sind eingrahmt. Schon in dieser groben Darstellung erkennt man, dass die Lösung D-1 in einem Bereich starker Steigungen der Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte liegt. Im instabilen Bereich D-3 dagegen ist ein ähnliches Verhalten der Kraftbeiwerte in dieser Darstellungsweise nicht erkennbar.

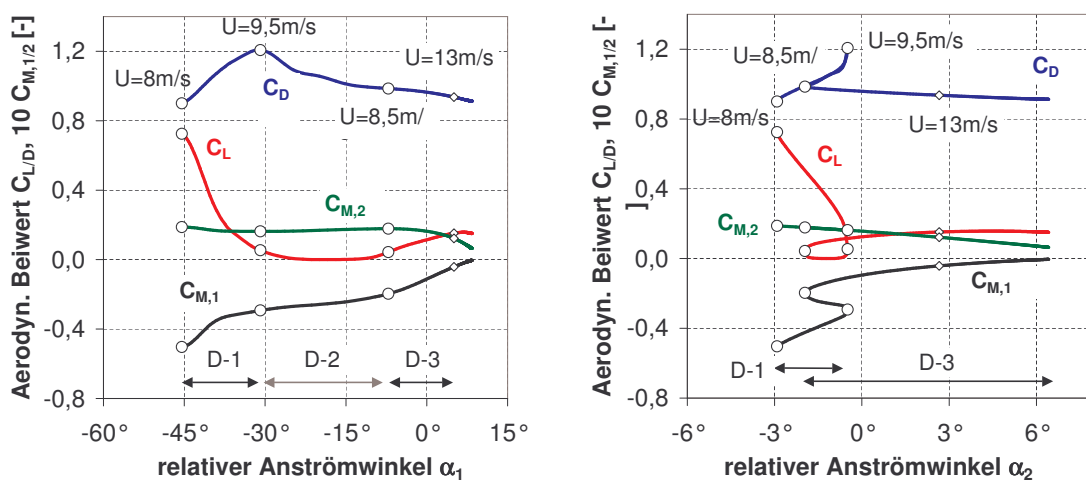




**Bild. 6.25:** Verlauf der stationären Lösungen in Abhängigkeit der Rinnsalpositionen

Der Verlauf der aerodynamischen Kraftbeiwerte ist in Bild 6.26 über den relativen Anströmwinkel  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  aufgezeichnet. Die Momentenbeiwerte sind 10-fach überhöht dargestellt. Es wird deutlich, dass in dem Windgeschwindigkeitsbereich von Lösung D-1 gerade der Auftriebsbeiwert mit steigendem Anströmwinkel  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  stark abnimmt. Die charakteristischen Steigungen  $\partial C_L / \partial \alpha_{1/2}$  sind wie beim Galloping negativ. Es kommt es dann zu negativer Dämpfung des Seilfreiheitsgrades Z und zu Schwingungsanregung quer zur Windrichtung.

Die stationäre Lösung D-3 ist bei Windgeschwindigkeiten zwischen 8,5 und 13 m/s instabil. In diesem Bereich ist für beide Anströmwinkel keine so klare Veränderung der aerodynamischen Beiwerte erkennbar. Der Auftriebsbeiwert  $C_L$  steigt und der Widerstandsbeiwert  $C_D$  fällt für beide Anströmwinkel. Auch aufgrund der Momentenbeiwerte ist eine klare Abgrenzung des instabilen Bereiches von der stabilen Lösung D-3 nicht möglich. Die einzelnen Windkraftkomponenten und Freiheitsgrade wirken in einer komplexen Weise zusammen. Die

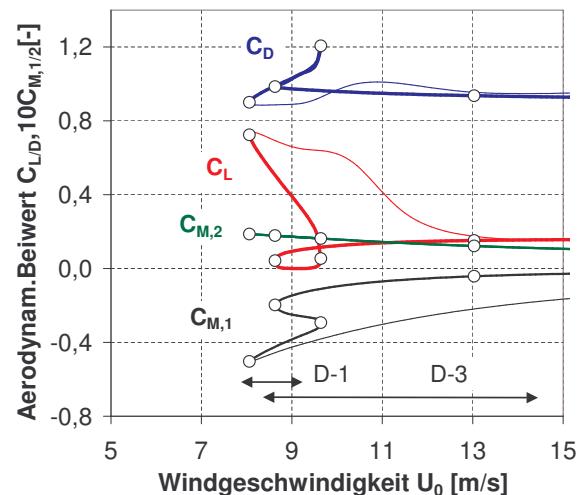


**Bild 6.26:** Stationäre Lösung und relativer Anströmwinkel



Instabilität der Lösung D-3 lässt sich darum nicht anhand eines Parameters wie z. B. auf einfache Weise mit der Steigung  $\partial C_L / \partial \alpha$  beim Galloping beschreiben.

Um die Ursache der Instabilität in D-3 genauer zu betrachten, ist in Bild 6.27 der Verlauf der aerodynamischen Beiwerte über der Windgeschwindigkeit für Lösung C und D dargestellt. Auch wenn in dieser Darstellung der Verlauf der Beiwerte über der Windgeschwindigkeit dargestellt ist, kann sie doch zur Klärung der Anregungsmechanismen beitragen. Man erkennt wieder den starken Abfall des Auftriebs- und Widerstandbeiwertes im Bereich D-1. Der Instabilitätsbereich D-3 bei Windgeschwindigkeiten zwischen 8,5 und 13 m/s zeigt sich in dieser Darstellung in Lösung C. Genau in dem instabilen Windgeschwindigkeitsbereich kommt es bei der stationären Lösung C zu einem starken Abfall des Auftriebsbeiwertes. Die Steigungen  $\partial C_L / \partial U$  sind negativ. Lösung D hingegen zeigt nur geringe Veränderungen der Kraftbeiwerte. Die Instabilität könnte auch durch die negative Steigung der Momentenbeiwerte in diesem Bereich mit verursacht werden.

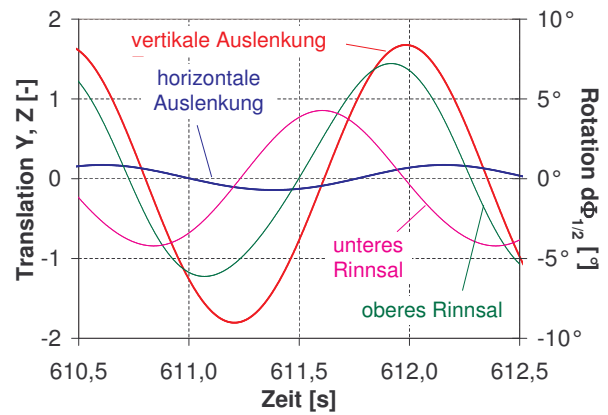


**Bild 6.27:** Windkraftbeiwerte und Windgeschwindigkeit

### 6.4.3 Schwingungsmechanismus

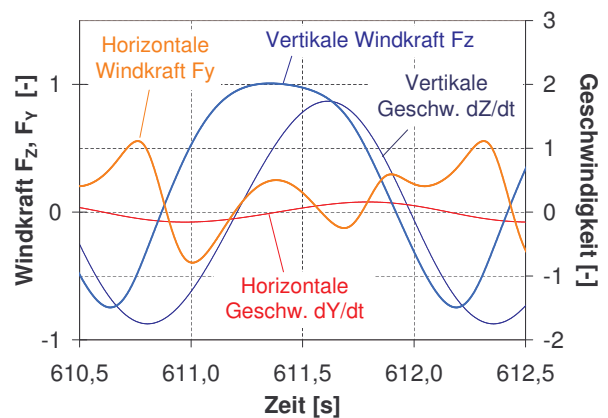
Nachdem im letzten Kapitel die stationären Lösungen und die aeroelastische Instabilität nach linearer Theorie betrachtet wurde, sollen nun die Schwingungen an sich untersucht werden. Von einer kleinen Störung ausgehend wird das Seil zu immer stärkeren Schwingungen angeregt, bis die Amplituden durch strukturelle oder aerodynamische Nichtlinearitäten begrenzt werden. Bei der Schwingungsanregung wirken die Windkräfte auf das Seil mit einer gewissen Phasenverschiebung zwischen Windkraft und Strukturbewegung in Bewegungsrichtung der Struktur. Es wird positive Arbeit geleistet bzw. Energie aus der Strömung in das Schwingensystem geführt. Die Grenzzykusschwingungen stellen dabei einen dynamischen Gleichgewichtszustand dar.

Der zeitliche Verlauf der einzelnen Bewegungen der vier Freiheitsgrade ist in Bild 6.28 für den Grenzzyklus bei einer Windgeschwindigkeit von 12 m/s dargestellt. Aufgetragen sind dabei nicht die absoluten Werte wie in Bild 6.5, sondern die relative Abweichung von der stationären Lösung (Bild 6.1). Die Grenzzyklusschwingungen sind periodisch, aufgrund der Nichtlinearitäten in den Windkräften und den Rückstellkräften aber nicht harmonisch. Alle Komponenten schwingen in der gleichen Frequenz. Die Bewegungen der einzelnen Freiheitsgrade sind untereinander phasenverschoben.



**Bild 6.28:** Schwingungen der 4 FHG über eine Periode ( $U_0=12\text{m/s}$ )

Der Anregungsmechanismus wird besonders deutlich, wenn man die Windkräfte auf das Seil sowie die zugehörigen translatorischen Geschwindigkeiten über eine Schwingungsperiode aufträgt (Bild 6.29). Die vertikale Windkraftkomponente wirkt überwiegend in Bewegungsrichtung. Bis auf eine Phasenverschiebung sind Windkräfte und Geschwindigkeiten in dieser vertikalen Richtung gleichen Vorzeichens. Die Leistung als Produkt von Kraft und Geschwindigkeit ist über der Periode integriert positiv. Durch die einwirkenden Windkräfte wird positive Arbeit geleistet bzw. dem System Energie aus der Strömung zugeführt.



**Bild 6.29:** Kraft und Geschwindigkeit

Die Leistung als Produkt von Kraft und Geschwindigkeit ist über der Periode integriert positiv. Durch die einwirkenden Windkräfte wird positive Arbeit geleistet bzw. dem System Energie aus der Strömung zugeführt.

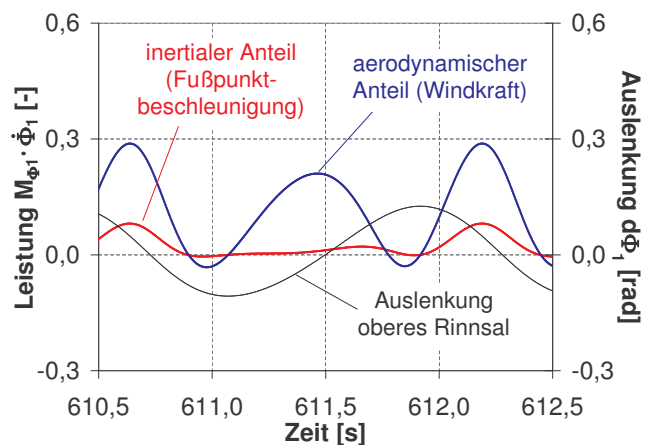
$$W = \int F(t) \cdot \dot{x}(t) dt \quad \text{Gl. 6.3}$$

Die horizontale Windkraftkomponente und die Geschwindigkeit in horizontaler Richtung leisten wenig positive Arbeit und machen damit die geringen Schwingungsamplituden in dieser Richtung erklärbar (Bild 6.29).

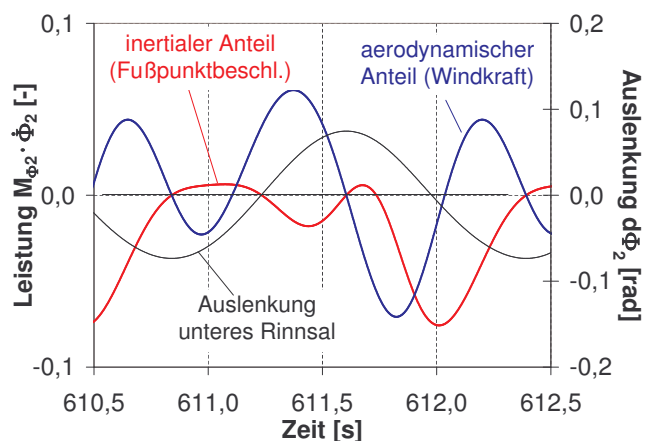
Auf die Seilmasse wirken als äußere Kräfte nur die Windkräfte in horizontaler und vertikaler Richtung. Beim Verhalten der Rinnsale spielen neben den Windkräften außerdem die in den Bewegungsgleichungen auftretenden Terme aus den Seilbeschleunigungen eine Rolle (Gl. 4.15). Diese durch die Fußpunkterregung des Pendels „Rinnsal“ verursachten Kräfte koppeln

die Bewegungen des Rinnsals an die des Seiles und leisten ebenfalls Arbeit. In Bild 6.30 sind die von den Kräften aus Wind und Seilbeschleunigung auf das obere Rinnsal erbrachten Leistungsanteile über der Zeit aufgetragen. Als einwirkende äußere Kraft  $F(t)$  wurde dabei die Windkraft aus der Differenz zur Kraft des stationären Zustandes angesetzt.

Beim oberen Rinnsal wirken die auftretenden Kräfte fast über die ganze Schwingungsperiode in Rinnsalbewegungsrichtung. Sowohl bei der Bewegung des Rinnsals luvwärts in den Wind (steigende Auslenkung  $d\Phi_1$ ) als auch bei Bewegung aus dem Wind wird überwiegend positive Arbeit geleistet. Das Verhalten des oberen Rinnsals scheint dabei hauptsächlich durch die Windkräfte beeinflusst zu werden. Aber auch die Seilbewegungen sind derart, dass sie die Rinnsalbewegung unterstützen. Die Leistung als Produkt von Kraft und Geschwindigkeit ist positiv, überwiegend durch die Windkraft wird Energie für die Schwingungsanregung des oberen Rinnsals zugeführt. Die Windkräfte halten es dabei in seiner stationären oberen Lage und regen es außerdem zu Schwingungen an. Diese Schwingungsanregung des oberen Rinnsals interagiert über die Windkräfte mit der Anregung der translatorischen Freiheitsgrade des Seiles. Es bestätigt sich die Annahme, dass die Bewegung des oberen Rinnsals maßgeblich an dem Anregungsmechanismus beteiligt ist.



**Bild 6.30:** Leistung oberes Rinnsal

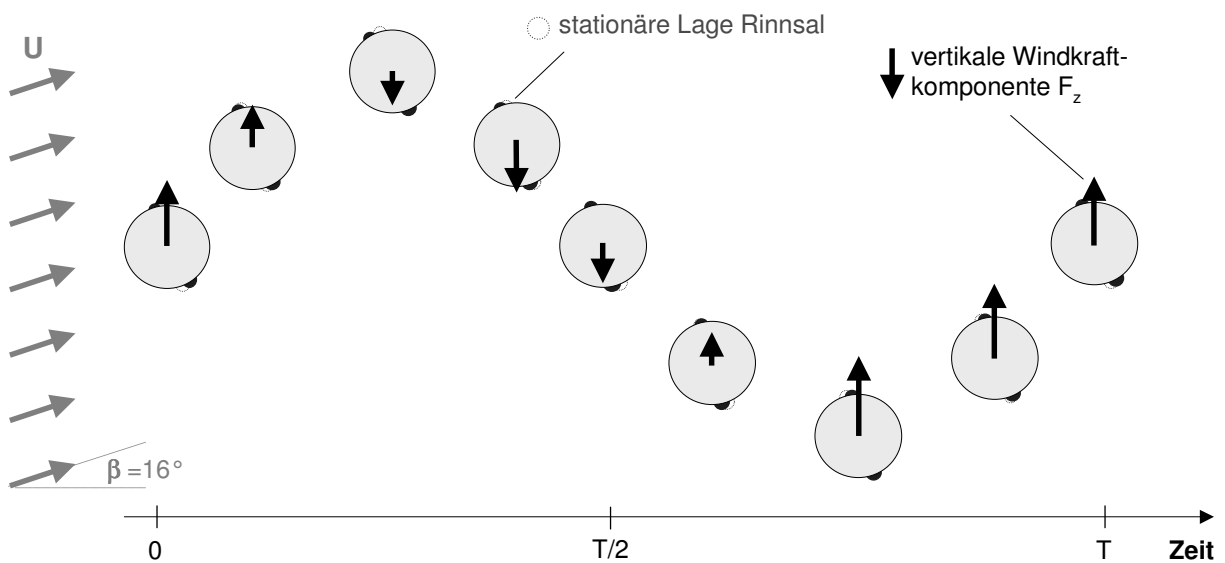


**Bild 6.31:** Leistung unteres Rinnsal

Die Arbeiten auf das untere Rinnsal lassen vermuten, dass sowohl die Windkräfte als auch die Kräfte durch die Fußpunkterregung das untere Rinnsal leewärts treiben (steigende Auslenkung). Von Wind- und Kopplungstermen werden bei positiven Geschwindigkeiten des unteren Rinnsals positive Arbeit geleistet (Bild 6.31). Zurück in die untere Lage wird es vorwiegend durch sein Eigengewicht getrieben. Dem unteren Rinnsal wird integral über eine Schwingungsperiode sehr viel weniger Energie zugeführt als dem oberen Rinnsal. Das untere

Rinnsal scheint eine nur unwesentliche Rolle bei der Schwingungsanregung des Gesamtsystems zu spielen.

Abschließend sind der Verlauf der vertikalen Schwingungen des Seiles und die Bewegungen der Rinnsale für eine Periodenlänge in Bild 6.32 dargestellt. Die stationären Lagen, um die sich die Rinnsale bewegen, sind gestrichelt dargestellt. Die Bewegungen der Rinnsale sind dabei überhöht dargestellt. Man erkennt auch hier sehr deutlich, dass die vertikale Windkraftkomponente überwiegend in Bewegungsrichtung des Seiles wirkt.



**Bild 6.32:** Schematischer Bewegungsablauf

## **7 ZUSAMMENFASSUNG UND DISKUSSION**

Bei Regen-Wind-induzierten Schwingungen kommt es infolge einer komplexen Interaktion zwischen Seil, Wind und Regenwasserrinnsalen zu starken, niederfrequenten Seilschwingungen. Entscheidenden Einfluss auf die Schwingungsanregung der betroffenen Seile haben zwei axiale Regenwasserrinnsale, die sich infolge der Grenzflächenspannungen aus einzelnen Regentropfen auf der Seiloberfläche bilden und den Strömungsquerschnitt derart ändern, dass es zu einer aeroelastischen Instabilität kommt. Insbesondere das Rinnsal auf der Oberseite des Seiles verursacht bewegungsinduzierte Strömungskräfte, die Schwingungen mit Amplituden von einem Mehrfachen des Seildurchmessers hervorrufen können. Von dieser selbsterregten Schwingungsform können alle Arten von geneigten, schwach gedämpften Bauteilen mit Kreisquerschnitt wie z. B. Kabel von Schrägseilbrücken, geneigte Hänger von Bogenbrücken oder Abspannseile verschiedenster Konstruktionen betroffen sein.

In dieser Arbeit wird ein mathematisches Modell zur Simulation Regen-Wind-induzierter Schwingungen von Schrägseilkabeln vorgestellt. In dem entwickelten Modell werden das Seil und die beiden Regenwasserrinnsale auf der Seiloberfläche als inertial und aerodynamisch gekoppelte Starrkörper aufgefasst. Neben den Kopplungen zwischen Seil- und Rinnsalbewegungen sind in dem Modell das geometrisch nichtlineare Verhalten der Seile und der beiden Rinnsale sowie die nichtlineare Abhängigkeit der Windkräfte von den Rinnsalpositionen berücksichtigt. Das Lastmodell des gekoppelten Mehrmassenschwingers geht von einer selbsterregten Schwingung aus, wobei in Windkanalversuchen die einwirkenden Windkräfte in Abhängigkeit der Lagen der beiden Rinnsale auf der Seiloberfläche nach quasi-stationärer Streifentheorie ermittelt wurden. Die Rinnsale wurden dabei durch starre Störprofile modelliert, die auf ein Seilteilmodell aufgebracht wurden. Die Bewegungsgleichungen des Modells in der Ebene wurden hergeleitet und das Verhalten des Systems auf Grundlage der Stabilitäts- und Verzweigungstheorie untersucht. In einer Parameteruntersuchung wurde die Sensitivität des Modells hinsichtlich ausgewählter Einflussgrößen studiert. Neben einem 4-Freiheitsgrad-Modell wurden auch vereinfachte Modelle, in denen nur ein Rinnsal berücksichtigt wird, vorgestellt und untersucht.

Das entwickelte Modell ist in der Lage die Phänomene Regen-Wind-induzierter Schwingungen, wie sie in Windkanalversuchen und Felduntersuchungen beobachtet wurden, zu reproduzieren. Sowohl die aeroelastische Instabilität des Seiles als auch das Verhalten der Regenrinnsale auf der Seiloberfläche können mit dem Modell simuliert werden. Das Modell kann sowohl die stationären Lagen der Rinnsale bzw. die Entstehung der Rinnsale aus einzelnen Tropfen erklären als auch die Instabilitätsbereiche und die Schwingamplituden des Seiles und

der beiden Regenrinnsale berechnen. Trotz der starken Vereinfachungen wird der komplexe Anregungsmechanismus erfasst und die Abhängigkeiten von den verschiedenen Einflussfaktoren lassen sich realitätsnah beschreiben. Der instabile Windgeschwindigkeitsbereich und die Abhängigkeit der Instabilität von dem Seildämpfungsgrad, ein wichtiger Faktor in Hinblick auf Gegenmaßnahmen zur Unterdrückung der Schwingungen, werden von dem Modell passend wiedergegeben. Das Modell ist dabei robust gegenüber Parametervariationen. Auch bei starker Variation der Modellparameterwerte liefert das Modell in Bezug auf das Stabilitätsverhalten qualitativ gleiche Ergebnisse. Die Analyse des Systems nach der Stabilitäts- und Verzweigungstheorie deckt nichtlineare Schwingungsphänomene wie harte Anregung, Grenzzyklen oder chaotische Vibrationen auf.

Regen-Wind-induzierte Seilschwingungen können als rein selbsterregte Schwingungsform mit einem Lastmodell beschrieben werden, das von stationären Windkräften ausgeht. Der Vergleich von Simulation und Versuchen zeigt, dass das Modell in der Lage ist, die Größenordnung der bewegungsinduzierten Anregungskräfte nach stationärer Streifentheorie korrekt wiederzugeben. Das Modell berücksichtigt weder den Einfluss möglicher Schwingungsanregung durch instationäre Strömungskräfte infolge Böen oder Strömungsablösung noch Effekte aus einer eventuellen Parametererregung. Diese störinduzierten Erregerkräfte kommen jedoch für die notwendige Anfangsstörung des Systems in Frage.

Der Anregungsmechanismus kann allgemein als komplexes Wechselspiel zwischen den Seil- und Rinnsalbewegungen und den Windkräften beschrieben werden, das von einer Vielzahl von Parametern abhängt. Die Bewegungen des Seiles und der Rinnsale verändern die einwirkenden Strömungskräfte in einer Art und Weise, dass die Schwingungsauslenkungen unterstützt werden bzw. Energie aus der Strömung in die Seilstruktur transportiert wird. Bedingt durch die inertiale und aerodynamische Kopplung der Seil- und Rinnsalbewegungen wird das Seil von einer Anfangsstörung aus zu immer stärkeren Schwingungen angefacht. Entscheidende Bedeutung hat dabei die aerodynamische Kopplung der Bewegungsvariablen durch die Windkräfte bzw. die Abhängigkeit der Erregerkräfte von den Seilbewegungen und den Positionen und Geschwindigkeiten der Rinnsale. Das Verhalten der Rinnsale ist neben den Windkräften außerdem durch Massenträgheit an die Seilbewegungen gekoppelt. Das Modell zeigt wie schon andere Untersuchungen zuvor, dass das obere Rinnsal entscheidenden Einfluss auf die Anregung hat.

In einer Beispielrechnung ergeben sich zwei instabile Windgeschwindigkeitsbereiche. Ein Instabilitätsbereich weist zwar Merkmale einer Anregung des Galloping-Typs nach dem Den-Hartog-Kriterium auf. Die klassische Galloping-Theorie kann die Instabilität, wie sie in

Windkanalversuchen beobachtet wurde, jedoch nur bedingt erklären. Der zweite Instabilitätsbereich stimmt besser mit den beobachteten Versuchsergebnissen überein. In diesem relevanten Bereich findet eine komplexe Wechselwirkung statt. Die beobachteten Schwingungen ähneln mehr einer gekoppelten Mehrfreiheitsgrad-Instabilität, wie z.B. dem Flattern, als dem entkoppelten Galloping.

Das Modell zeigt eine Abhängigkeit von einer Vielzahl von Einflussparametern. Eingangsparameter für das dynamische System sind die mechanischen Beschreibungsgrößen des Seils, des Windes und der Rinnsale. Das Seil ist als Einzelseil zwischen zwei festen starren Auflagern modelliert worden, wobei sein nichtlineares Verhalten und die charakteristischen mechanischen Eigenschaften wie Eigenfrequenz, Neigung und Durchmesser in die Modellierung einbezogen wurden. Als Parameter des Windes sind Geschwindigkeit und Richtung der Anströmung im Modell berücksichtigt. Die Rinnsale werden als Starrkörper konstanter Form und Masse definiert.

Mehrere Annahmen für das stark vereinfachte Ersatzmodell bedürfen weiterer Klärung. Zusätzliche Untersuchungen sind nötig, um besonders das Verhalten der Rinnsale näher zu erforschen. Während sich die Modelleingangsparameter des betrachteten Seiles und die Windbedingungen relativ genau angeben lassen, bleibt bei der Wahl der Rinnsalparameter immer ein gewisses Maß an Ungewissheit. Die Form und Größe der Rinnsale sind in Realität zeitlich und räumlich variable Größen, die wiederum Einfluss auf die Windkräfte haben. Auch der Scherwiderstand zwischen bewegten Rinnsal und Seiloberfläche, der hier als viskose Dämpfung modelliert wurde, bedarf weiterer Untersuchungen. Ein entscheidender Faktor für die Simulation sind die Korrelationslängen bzw. die Längen der Rinnsale, die im Lastmodell angesetzt werden sollen. Das hier vorgestellte Modell zeigt eine gute Übereinstimmung mit Beobachtungen in Windkanalversuchen, da sich die Rinnsale auf der ganzen Modelllänge bilden und die Anströmung weitgehend laminar ist. An realen Schrägseilen werden Form, Größe und Länge eines Rinnsals jedoch variieren und abhängig z.B. von der Oberflächenstruktur des Seiles oder vom Turbulenzgrad des Windes sein.

Die aerodynamischen Beiwerte für die Windkräfte wurden dabei in Windkanalversuchen an einem stationären Kreiszylinder mit aufgeklebten Störprofilen konstanter Größe und Form in laminarer Strömung gemessen. Die Windkräfte stellten sich zwar als relativ unabhängig von der Größe und Form der betrachteten Störprofile heraus. Der Einfluss instationärer oder dreidimensionaler Strömungseffekte müsste genauso geklärt werden wie die Bedeutung anderer Einflussgrößen, damit die zu wählenden Eingangsparameterwerte genauer bestimmt und sichere Vorhersagen mit Hilfe des hier vorgestellten Modells ermöglicht werden können.

Das Ziel der Arbeit, die Bereitstellung eines Modells zur Identifizierung des Anregungsmechanismus und zur Simulation Regen-Wind-induzierter Schwingungen, ist durch dieses relativ einfache Ersatzmodell erreicht.



## **8 LITERATUR**

- Abbott, J.P. (1977), Numerical continuation methods for nonlinear equations and bifurcation problems, Ph.D. thesis, Australian National University
- Akashi, S., Kiyota, R. & Hamada, E. (1994), Rain vibration of cable stays, International symposium on cable-stayed bridges, Shanghai, S. 283-289
- Allgower, E.L., Glashoff, K. & Peitgen, H.-O. (1980): Numerical solution of nonlinear equations, Lecture Notes in Mathematics 878, Springer, Berlin
- Arnol'd, V.I. (1973), Ordinary differential equations, MIT Press, Cambridge
- Ascher, U.M., Mattheij, R.M.M. & Russell, R.D. (1988), Numerical solution of boundary value problems for ordinary differential equations, Prentice Hall, Englewood Cliffs
- Bardowicks, H. (1976), Untersuchungen der Einflüsse von Querschnittsform und Schwingweite auf aeroelastischen Schwingungen scharfkantiger prismatischer Körper, Dissertation TU Hannover
- Blevins, R.D. & Iwan, W.D. (1974), The galloping response of a two-degree-of-freedom system, Journal of Applied Mechanics, ASME, S. 1113-1118
- Blevins, R.D. (1990), Flow induced vibration, 2nd edition, New York, Van Nostrand Reinhold Comp.
- Boonyapinyo, V., Miyata, T. & Yamada, H. (1999), Advanced aerodynamic analysis of suspension bridges by state-space approach, Journal of Structural Engineering, Vol. 125, S. 1357-1366
- Bosdogianni, A. & Olivari, D. (1996), Wind- and rain-induced oscillations of cables of stayed bridges, Journal of Wind Engineering. and Industrial Aerodynamics, Vol. 64, S. 171-185
- Brito, J.L.V. & Riera, J.D. (2000), A novel experimental approach for the determination of aerodynamic coefficients for aeroelastic instability studies, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 84, S. 289-305
- Chabart, O. & Lilien, J.L. (1997), Galloping of electrical lines in wind tunnel facilities (1997), Proceedings of the 2<sup>nd</sup> European-African Conference on Wind Engineering, Genua, S. 1751-1760
- Chen, Y. & Lenny, A.Y.T. (1998), Bifurcation and chaos in Engineering
- Davenport, A.G. (1959), The wind-induced vibrations of guyed and self-supporting cylindrical columns, Transaction of the Engineering Institution of Canada, Vol. 3 (4), S. 119-141
- Davenport, A.G. (1994), A simple representation of the dynamics of a massive stay cable in wind, Proceedings of the International Conference of cable-stayed and suspension bridges, Deauville, S. 427-434
- Den Hartog, J.P., (1985), Mechanical vibrations, Dover, 4<sup>th</sup> edition

- Dexin, H., Haijun, W. & Xi, C. (2001), The investigation of mechanism of rain-wind induced vibration of cables in cable stayed bridge, Proceedings of 5th Asia-Pacific Conference on Wind Engineering, Kyoto, S. 121-124
- Dinkler, D. (1999), Schwingungsanfällige Tragwerke unter Windeinwirkung, Baustatik-Baupraxis 7, Meskouris (ed), Balkema, Rotterdam
- Doedel, E.J., Keller, H.B. & Kernevez, J.P. (1991), Numerical analysis and control of bifurcation problems, Journal on Bifurcation & Chaos, Vol. 1, Part I & II
- Dowell, E.H. (1981), Nonlinear oscillator models in bluff body aeroelasticity, Journal of Sound and Vibration, Vol. 75, No. 2, S. 251-264
- Dowell, E.H., Curtiss, H.C, Scanlan, R.H. & Sisto, F. (1989), A modern course in aeroelasticity, Kluwer Academic Publishers, 2<sup>nd</sup> edition
- Ducci, A. (1992), Identifikation strömungsselbsterregter Schwingungssysteme, VDI-Verlag, Düsseldorf
- Emde, P. (1989), Winderregte Seilschwingungen bei Schrägseilbrücken und Maßnahmen zu deren Verhinderung, Dissertation, Gesamthochschule Kassel
- Enns, R.H. & McGuire, G.C. (2000), Nonlinear physics with maple for scientists and engineers, 2nd edition, Birkhäuser, Boston
- Flaga, A. (1994), Quasi-steady theory on aerodynamics of slender structures, SFB 151 Bericht Nr. 25, Ruhr-Universität Bochum
- Flamand, O. (1994), Rain-wind induced vibration of cables, Proceedings of the International Conference on cable-stayed and suspension bridges (AFPC), Deauville, S. 523-531
- Försching, H. & Manea, V. (1973), Zur analytischen Behandlung des nichtlinearen aeroelastischen Galloping-Problems, Ingenieur-Archiv 42, S. 178-193
- Försching, H. (1978), Instationäre Luftkräfte an aerodynamischen Widerstandsprofilen, in: Natke, H.G., Aeroelastische Probleme außerhalb der Luft- und Raumfahrt, Universität Hannover, S. 141-163
- Försching, H.W. (1974), Grundlagen der Aeroelastik, Berlin, Springer-Verlag
- Fujino, Y., Warnitchai, P. & Pacheco, B.M. (1993), Active stiffness control of cable vibration, Journal of Applied Mechanics 60, ASME, S. 948-953
- Ge, Y.J. & Tanaka, H. (2000), Aerodynamic flutter analysis of cable-supported bridges by multi-mode and full-mode approaches, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 86, S. 123-153
- Gerthsen, Chr. (1995), Gerthsen Physik, 20. Auflage, Springer, Berlin
- Geurts, C., Van Staalduinen, P., Vrouwenvelder, T. & Reusink, J. (1998), Numerical modelling of rain-wind induced vibration: Erasmus Bridge, Rotterdam, Structural Engineering International, Vol. 8, No. 2, S. 129-135

- Geurts, C.P.W. & van Staalduinen, P.C. (1999), Estimation of the effects of rain-wind induced vibration in the design stage of inclined stay cables, Proceedings of the 10th International Conference on Wind Engineering, Copenhagen, S. 885-891
- Geurts, C.P.W. & van Staalduinen, P.C. (1999), Regen-Wind-induzierte Schwingungen an der Erasmus-Brücke in Rotterdam, Tagung der Windtechnologischen Gesellschaft, Berichte Nr.6
- Gu, M. & Lu, Q. (2001), Theoretical analysis of wind-rain induced vibration of cables of cable-stayed bridges, Proceedings of 5th Asia-Pacific Conference on Wind Engineering, Kyoto, S. 125-128
- Haaker, T.I. & van der Burgh, A.H.P. (1997), Nonlinear rotational galloping of coupled oscillators, Proceedings of the 2<sup>nd</sup> European-African Conference on Wind Engineering, Genua, S. 1735-1742
- Hagedorn, P. & Schäfer, B. (1980), On nonlinear free vibrations of an elastic cable, International Journal of Nonlinear Mechanics, Vol. 15, S. 333-340
- Hartlen, R.T. & Curie, I.G. (1970), Lift oscillator model of vortex-induced vibration, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE EM5, S. 577-591
- Hikami, Y. & Shiraishi, N. (1988), Rain-wind induced vibration of cables in cable-stayed bridges, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol.29, S. 409-418
- Hikami, Y. (1986), Rain vibration of cables on cable-stayed bridge, Journal of Japan Association of Wind Engineering, No. 27, S. 17-28
- Hirsch, G. (1994), Cable vibration overview, Proceedings of the International Conference of cable-stayed and suspension bridges, Deauville, S. 453-464
- Holmes, P.J. (1977), Bifurcations to divergence and flutter in flow-induced oscillations: A finite dimensional analysis, Journal of Sound and Vibration, Vol. 53, S. 471-503
- Honda, A., Yamanaka, T., Fujiwara, T. & Saito, T. (1995), Wind tunnel tests on rain-induced vibration on the stay-cable, Proceedings of the International Symposium on cable dynamics, Liege, Belgium, S. 255-262
- Hortmanns, M. (1997), New definition of the ultimate limit state for galloping vibrations of slender structural elements made of steel, Proceedings of the 2<sup>nd</sup> European-African Conference on Wind Engineering, Genua, S. 1799-1806
- Irvine, H.M. (1981), Cable structures, Cambridge Mass., MIT Press
- James, D.F. & Truong, Q.-S. (1972), Wind load on cylinder with spanwise protrusion, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 98, S. 1573-1589
- Karman, Th. V. & Rubach, H. (1912), Über den Mechanismus des Flüssigkeits- und Luftwiderstandes, Physik. Zeitschrift 13, S. 49-59
- Kobayashi, H., Minami, Y und Miki, M. (1995), Prevention of rain-wind induced vibration of an inclined cable by surface processing, Proceedings of the 9th International Conference on Wind Engineering, New Delhi, S. 753-758

- Kovacs, I. (1982), Zur Frage der Seilschwingungen und der Seildämpfung, Die Bautechnik 59, Heft 10, S.325-332
- Kovacs, I. (1982), Zur Frage der Seilschwingungen und Seildämpfung, Bautechnik 59 (10), S.325-332
- Krenk, S. (2000), Vibrations of a taut cable with an external damper, Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol. 67, S. 772-776
- Kusakabe, T, Yokotama, K., Kanazaki, T. & Sekiya, M. (1995), The effects of cable cross ties for wind-induced vibration, Proceedings of the 9th International Conference on Wind Engineering, New Delhi, S. 783-792
- Kuznetsov, Yu.A. (1998), Elements of Applied Bifurcation Theory
- Langford, W.F. (1979), Periodic and steady-state mode interaction lead to tori, Journal of Applied Mathematics, Vol. 37, S. 22-48
- Langsoe, H.E. & Larsen, O.D. (1987), Generating mechanisms for cable-stay oscillations at the Faro Bridges, Proceedings of the International Conference on cable-stayed bridges, Bangkok, S. 1023-1033
- Lazaridis, N. (1985), Zur dynamischen Berechnung abgespannter Maste und Kamine in böigen Wind unter besonderer Berücksichtigung der Seilschwingungen, Dissertation Universität der Bundeswehr, München
- Lilien, J.L. & da Costa, A.P. (1994), Amplitudes caused by parametric excitation on cable stayed structures, Journal of Sound and Vibration, 174, S. 69-90
- Loredo-Souza, A.M. & Davenport, A.G. (1999), A novel approach for aeroelastic wind tunnel modelling of cables, Wind Engineering into the 21th Century, Larsen, Larose & Livesey (eds), Proceeding of the 10th International Conference on Wind Engineering, Copenhagen, S. 955-962
- Lüesse, G. , Ruscheweyh, H., Verwiebe, C. & Günther, G.H. (1996), Regen-Wind-induzierte Schwingungen an der Elbebrücke Dömitz, Stahlbau 65, S. 105-114
- Luongo, A., Paolone, A. & Piccardo, G. (1997), Proceedings of the 2<sup>nd</sup> European-African Conference on Wind Engineering, Genua, S. 1711-1719
- Luongo, A., Rega, G. & Vestroni, F. (1984), Planar nonlinear free vibrations of an elastic cable, International Journal of Nonlinear Mechanics, Vol. 19, S. 39-52
- Lyapunov, A.M. (1966), Stability of motion, Academic Press, New York
- Macdonald, J.H.G. (2001), Separation of the contributions of aerodynamic and structural damping an vibrations of inclined cables, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 90, S. 19-39
- Main, J.A. & Jones, N.P. (1999), A comparison of full-scale measurements of stay cable vibration, Wind Engineering into the 21th Century, Larsen, Larose & Livesey (eds), Proceedings of the 10th International Conference on Wind Engineering, Copenhagen, S. 963-970

- Main, J.A. & Jones, N.P. (1999), Full-scale measurements of stay cable vibration, Proceedings of the 10th International Conference on Wind Engineering, Copenhagen, S. 963-971
- Matsumoto, M., Shiraishi, N., Kitazawa, M., Knisely, C., Shirato, H., Kim, Y. & Tsujii, N. (1990), Aerodynamic behavior of inclined circular cylinders – cable aerodynamics, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 33, S. 63-72
- Matsumoto, M. (1998), Observed behavior of prototype cable vibration and its generation mechanism, Bridge aerodynamics, Larsen & Esdahl (eds), S. 189-211
- Matsumoto, M. (2000), Aeroelasticity and bridge aerodynamics, Proceedings of International Advanced School on wind-excited and aeroelastic vibrations of structures, Genova
- Matsumoto, M., Daito, Y., Kanamura, T., Shigemura, Y., Sakuma, S. & Ishizaki, H. (1998), Wind-induced vibration of cables of cable-stayed bridges, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 74-78, S. 1015-1027
- Matsumoto, M., Hikami, Y. & Kitazawa, M. (1994), Cable vibration and its aerodynamic/mechanical control, Proceedings of the International Conference of cable-stayed and suspension bridges, Deauville, S. 439-454
- Matsumoto, M., Saito, T., Kitazawa, M., Shirato, H. & Nishizaki, T., (1995), Response characteristics of rain-wind induced vibration of stay-cables of cable-stayed bridges, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 57, S. 323-333
- Matsumoto, M., Yagi, T. & Tsushima, D. (1999), Vortex-induced vibration of inclined cables at high wind velocity, Wind Engineering into the 21st Century, Larsen, Larose & Livesey (eds), Proceeding of the 10th International Conference on Wind Engineering, Copenhagen, S. 979-986
- Matsumoto, M., Yamagishi, M., Aoki, J., & Shiraishi, N. (1995), Various mechanism of inclined cable aerodynamics, Proceedings of the 9th International Conference on Wind Engineering, New Delhi, S. 759-770
- Miyata, T., Tada, K., Satoo, H., Katsuchi, H. & Hikami, Y. (1994), New finding of coupled-flutter in full mode wind tunnels tests on the Akashi Kaikyo Bridge, Proceedings of the International Conference on cable-stayed and suspension bridges, Zürich, S. 163-170
- Miyata, T., Yamada, H. & Hojo, T. (1994), Aerodynamic response of PE stay cables with pattern-intended surface, Journal of Structural Engineering, Vol. 40, S. 515-522
- Nakamura, Y. (1979), On the aerodynamic mechanism of torsional flutter of bluff structures, Journal of Sound and Vibration, Vol. 67, S. 163 ff
- Naudascher, E. & Rockwell, D. (1990), Practical experiences with flow-induced vibrations, Springer-Verlag
- Naudascher, E. & Rockwell, D. (1994), Flow-induced vibrations – An engineering guide, A.A.Balkema, Rotterdam
- Nayfeh, A.M. & Mook, D.T. (1979), Nonlinear oscillations, John Wiley, New York

- Novak, M. (1972), Galloping oscillations of prismatic structures, *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 98, S. 27-46
- Novak, M., Davenport, A.G. & Tanaka, H. (1978), Vibration of towers due to galloping of iced cables, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, Vol. 104, S. 457-473
- Pacheco, B.M., Fujino, Y. & Sulekh, A. (1993), Estimation curve for modal camping in stay cables with viscous camper, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 119, No. 6, S. 1961-1979
- Parkinson, G.V. & M.A. Wawzonek, M.A. (1981), Some considerations of combined effects of galloping and vortex resonance, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 8, S. 135-150
- Parkinson, G.V. (1974), Mathematical models of flow-induced vibrations of bluff bodies, *Symposium on flow-induced structural vibrations, Karlsruhe 1972*, Berlin, Springer-Verlag
- Peil, U., Behrens, M. & Nahrath, N. (2002), Dynamic response of slender structures under wind load, *eurodyn 2002, European Conference on Structural Dynamics*, München
- Peil, U. & Nahrath, N. (2001), Modellierung Regen-Wind induzierter Schwingungen, *Tagung der Windtechnologischen Gesellschaft, Berichte Nr.7*
- Peil, U. & Nahrath, N. (2003), Modeling of rain-wind-induced vibrations, *Journal on Wind and Structures*, accepted for publication
- Peil, U. & Nölle, H. (1992), Guyed masts under wind load, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 41-44, S. 2129-2140
- Peil, U., Nölle, H. & Wang, Z.H. (1996), Dynamic behaviour of guys under turbulent wind load, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 65, S. 43-54
- Persoon, A.J. & Noorlander, K. (1999), Full-scale measurements on the Erasmus bridge after rain/wind induced cable vibrations, *Wind Engineering into the 21th Century*, Larsen, Larose & Livesey (eds), *Proceeding of the 10th International Conference on Wind Engineering*, Copenhagen, S. 1041-1052
- Peters, D. A. & Ventura, L. (1985), Applications of various solution techniques to the calculation of transonic flutter boundaries, in: Dowell, E.H. & Au-Yang, M.K., *Fluid-structure interaction and aerodynamic damping*, ASME, S. 29-49
- Petersen, C. (1970), *Abgespannte Maste und Schornsteine – Statik und Dynamik*, Bauingenieur-Praxis, Heft 76, Berlin, W. Ernst & Sohn
- Piccardo, G. (1993), A methodology for the study of coupled aeroelastic phenomena, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 48, S. 241-252
- Plaschko, P. & Brod, K. (1995), *Nichtlineare Dynamik, Bifurkation und chaotische Systeme*, Vieweg-Verlag, Braunschweig
- Poston, R.W. (1998), Cable-stay conundrum, *Journal of Civil Engineering*, August 1998
- Reithmeier, E. (1991), *Periodic solutions of nonlinear dynamical systems*, Springer, Berlin

- Reusink, J.H. & Kuijpers, M.L.J. (1998), Dämpfer gegen Regen-Wind-induzierte Schwingungen der Schrägseile an der Erasmusbrücke, Stahlbau 67, Heft 10, S. 768-775
- Ruscheweyh, H. & Hirsch, G. (1974), Schwingungsmessungen an der Köhlbrandbrücke in Hamburg, Technischer Report, Institut für Leichtbau, RWTH Aachen
- Ruscheweyh, H. (1982), Dynamische Windwirkung an Bauwerken, Band 1 und 2, Wiesbaden, Bauverlag
- Ruscheweyh, H. (1999), "The mechanism of rain-wind-induced vibration", Proceedings of the 10th International Conference on Wind Engineering, Copenhagen, S. 1041-1052
- Ruscheweyh, H., Hortmanns, M. & Schankenber, C. (1996), Vortex-excited vibrations and galloping of slender elements, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 65, S. 347-352
- Ruscheweyh, H. & Verwiebe, C. (1995), Rain-wind-induced vibrations of steel bars, Proceedings of the International Symposium on cable dynamics, Liege, Belgium, S. 469-472
- Saito, T., Matsumoto, M. & Kitazawa, M. (1994), Rain-Wind excitation of cables of cable-stayed Higashi-Kobe bridge and cable vibration control, Proceedings of the Conference of cable-stayed and suspension bridges, Deauville, S. 507-514
- Scanlan, R.H. & Tomko, J.J. (1971), Airfoil and bridge deck flutter derivatives, Proc. ASCE, Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 97, S. 1717-1737
- Scanlan, R.H. (1993), Problematics in formulation of wind-force models for bridge decks, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 119(7), S. 1353-1375
- Scanlan, R.H. (1997), Amplitude and turbulence effects on bridge flutter derivatives, Journal of Structural Engineering, Vol. 123, S. 232-236
- Scanlan, R.H. (1998), Bridge flutter derivatives at vortex lock-in, Journal of Structural Engineering, Vol. 124, S. 450-468
- Scheidl, R., Troger, H. & Zeman, K. (1983), Coupled flutter and divergence bifurcation of a double pendulum, International Journal on Non-Linear Mechanics, Vol. 19, No. 2, S. 163-176
- Sepe, V., Caracoglia, L. & D'asdia, P. (2000), Aeroelastic instability of long-span bridges: contributions to the analysis in frequency and time domains, Wind and Structures, Vol. 3, No. 1, S. 41-58
- Seydel, R. (1977), Numerische Berechnung von Verzweigungen bei gewöhnlichen Differentialgleichungen, Dissertation TU München
- Seydel, R. (1994), Practical bifurcation and stability analysis, Springer-Verlag
- Simiu, E. & Scanlan, R.H. (1986), Wind effects on structures, Second edition, New York, John Wiley
- Simpson, A. (1979), Fluid dynamic stability aspects of cables, In: Shaw, T.L. (ed), Mechanics of wave-induced forces on cylinders, Pitman, S. 90-132

- Sockel, H. (1984), Aerodynamik der Bauwerke, Braunschweig, Vieweg-Verlag
- Starossek, U. (1992), Brückendynamik – Winderregte Schwingungen von Seilbrücken, Braunschweig, Vieweg-Verlag
- Tonis, D. (1989), Zum dynamischen Verhalten von Abspannseilen, Dissertation Universität der Bundeswehr, München
- Triantafyllou, M.S. (1984), The dynamics of taut inclined cables, Quarterly of Journal of Mechanics and Applied Mathematics, Vol. 37, S. 421-440
- Troger, H. & Steindl, A. (1991), Nonlinear stability and bifurcation theory, Springer-Verlag, Wien
- Van Oudheusden, B.W. (1995), On the quasi-steady analysis of one-degree-of-freedom galloping with combined translational and rotational effects, Journal of Nonlinear Dynamics, Vol. 8(2)
- Verwiebe, C & Ruscheweyh, H. (1998), Recent research results concerning the exciting mechanisms of rain-wind-induced vibrations, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 74-76, S. 1005-1013
- Verwiebe, C. (1996), Neue Erkenntnisse über die Erregermechanismen Regen-Wind-induzierter Schwingungen, Stahlbau 65, S. 547-550
- Verwiebe, C. (1997), Erregermechanismen von Regen-Wind induzierten Schwingungen, Tagung der Windtechnologischen Gesellschaft, Berichte Nr.5, S. 101-119
- Verwiebe, C. (1998), Rain-wind-induced vibrations of cables and bars, Bridge aerodynamics, Larsen & Esdahl (eds), S. 255-263
- Virlogeux, M. (1998), Cable vibrations in cable-stayed bridges, Bridge aerodynamics, Larsen & Esdahl (eds), S. 213-232
- Wang, L.Y. & Xu Y.L. (2001), Wind-rain-induced vibration of prototype stay cables: An analytical model, Proceedings of the 5th European-African Conference on Wind Engineering, Eindhoven, S. 635-641
- Wardlaw, R.L. (1994), Flutter and torsional instability, in: Sockel, H., Wind excited vibrations of structures, CISM-courses & lectures No. 335, Wien, Springer-Verlag, S.293-319
- Wianecki, J. (1979), Cables wind excited vibrations of cable-stayed bridge, Proceedings of the 5<sup>th</sup> International Conference on Wind Engineering., Fort Collins, S. 1381-1393
- Witkowski, W. & Wilde, K. (2002), Analytical study on rain-wind induced vibrations of stayed cables, eurodyn 2002, München
- Yamaguchi, H. & Fujino, Y. (1994), Damping of cables in cable-stayed bridges with and without vibration control measures, Proceedings of the International Conference on cable-stayed and suspension bridges (AFPC), Deauville, S. 533-540
- Yamaguchi, H. & Fujino, Y. (1998), Stayed cable dynamics and its vibration control, Bridge aerodynamics, Balkema, Larsen & Esdahl (eds), S. 235-253



- Yamaguchi, H. & Jayawardena, L. (1992), Analytical estimation of structural damping in cable structures, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 43, S. 1961-1972
- Yamaguchi, H. (1990), Analytical study on growth mechanism of rain vibration of cables, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 33, S. 73-80
- Yamaguchi, H. (1995), Control of cable vibrations with secondary cables, *Proceedings of the international conference on cable dynamics*, Liege, Belgium, S. 445-452
- Yoshimura, T., Savage, M.G. & Tanaka, T. (1995), Wind-induced vibrations of bridge stay-cables, *Proceedings of the international conference on cable dynamics*, Liege, Belgium, S. 437-444
- Yoshimura, T., Tanaka, T., Sasaki, N., Nakatani, S. & Higa, S. (1988), Rain-Wind induced vibration of the cables of the Aratsu Bridge, *Proceedings of the 10<sup>th</sup> National Conference on Wind Engineering*, Tokyo, S. 127-132
- Yu, P. (1997), Explicit vibration solutions of a cable under complicated loads, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 64, S. 957-964
- Yu, P., Desai, Y.M., Shah, H. & Popplewell, N. (1993), Three-degree-of-freedom model for galloping, Part I & II, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 119(12) , S. 2404-2448
- Yu, P., Popplewell, N. & Shah, H. (1995), Instability trends of inertially coupled galloping, Part I & II, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 183(4) , S. 663-691
- Yu, P., Shah, A.H. & Popplewell, N. (1992), Inertially coupled galloping of iced conductors, *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol. 59, S. 140-145
- Zhang, Q.-L. & Peil, U. (1999), Dynamic behaviours of cables in parametrically unstable zones, *Computers and Structures*, Vol. 73, S. 437-443